

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ П. Н. ЛЕБЕДЕВА  
АСТРОКОСМИЧЕСКИЙ ЦЕНТР**

На правах рукописи

Литвинов Дмитрий Александрович

**Проверка эйнштейновского принципа эквивалентности с  
помощью космического аппарата РадиоАстрон**

Специальности:

01.03.02 – «Астрофизика и звездная астрономия»

01.04.03 – «Радиофизика»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:  
к.ф.-м.н. Пилипенко С.В.,  
д.ф.-м.н. Руденко В.Н.

Москва – 2022

# СОДЕРЖАНИЕ

Список иллюстраций . . . . .	5
Список таблиц . . . . .	7
Введение . . . . .	8
<b>1 Оценка точности космических экспериментов по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени . . . .</b>	<b>18</b>
1.1 Эйнштейновский принцип эквивалентности и его экспериментальные проверки . . . . .	19
1.1.1 Проблемы современной физической картины мира . . . . .	19
1.1.2 Эйнштейновский принцип эквивалентности (ЭПЭ) . . . . .	20
1.1.3 Роль ЭПЭ в различных теориях гравитации . . . . .	21
1.1.4 Роль ЭПЭ в контексте космологии и физики частиц . . . . .	22
1.1.5 Модель возможного нарушения ЭПЭ . . . . .	24
1.1.6 Типы экспериментов по проверке ЭПЭ . . . . .	27
1.1.7 Эксперименты по измерению эффекта гравитационного замедления времени . . . . .	28
1.2 Оценка точности экспериментов по проверке ЭПЭ, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени . . . . .	31
1.2.1 Модель эксперимента . . . . .	31
1.2.2 Способ оценки параметров нарушения ЭПЭ . . . . .	33
1.3 Эксперимент с двумя космическими аппаратами на околоземной орбите . . . . .	35
1.3.1 Выбор конфигурации орбит . . . . .	35
1.3.2 Оценка точности эксперимента . . . . .	37
1.4 Эксперимент с космическим аппаратом РадиоАстрон . . . . .	40
1.4.1 Проект РадиоАстрон . . . . .	40
1.4.2 Оценка точности эксперимента . . . . .	43
1.5 Выводы . . . . .	44

<b>2</b>	<b>Эффект движения фазового центра антенны в высокоточных экспериментах по доплеровскому слежению за космическими аппаратами</b>	<b>46</b>
2.1	Особенности эффекта движения фазового центра антенны, возникающие при слежении за космическими аппаратами	47
2.2	Теория	50
2.2.1	Наземные антенны	50
2.2.2	Бортовые антенны	56
2.2.3	Анализ ошибок	58
2.3	Эффект движения фазового центра антенны в проекте РадиоАстрон	59
2.3.1	Космический аппарат РадиоАстрон	59
2.3.2	Экспериментальные данные, источники ошибок, расчеты	62
2.3.3	Результаты	64
2.4	Будущие проекты	66
2.5	Компенсация эффекта движения фазового центра антенны	75
2.6	Выводы	81
<b>3</b>	<b>Проверка эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ) с помощью доплеровского слежения за космическим аппаратом (КА) РадиоАстрон</b>	<b>82</b>
3.1	Общее описание эксперимента	82
3.2	Передача высокостабильного сигнала бортового стандарта частоты на Землю	85
3.3	Аппаратные возможности КА РадиоАстрон для проведения эксперимента по проверке ЭПЭ	88
3.4	Компенсация нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферного смещения частоты	90
3.4.1	Схема компенсации Gravity Probe A	90
3.4.2	Схема компенсации на основе чередования одно- и двухпутевого режимов синхронизации радиолинии	92
3.4.3	Схема компенсации на основе смешанного режима синхронизации «Частичный когерент»	92
3.5	Прочие эффекты, влияющие на частоту принимаемого со спутника сигнала	97
3.6	Проверка ЭПЭ с помощью доплеровского слежения за КА РадиоАстрон в однопутевом режиме	99
3.6.1	Экспериментальные данные	100
3.6.2	Метод обработки	101
3.6.3	Результаты	103
3.6.4	Обсуждение	107
3.7	Выводы	107

Заключение . . . . .	108
Список литературы . . . . .	112

# Список иллюстраций

1.1	Стабильность стандартов частоты ВЧ-1010, PHARAO и SrI . . . . .	34
1.2	Конфигурация эксперимента по проверке ЭПЭ с двумя спутниками	37
1.3	Точность эксперимента по проверке ЭПЭ с двумя спутниками в зависимости от периода орбит . . . . .	38
1.4	Точность эксперимента по проверке ЭПЭ с двумя спутниками в зависимости от времени накопления данных . . . . .	38
1.5	Эволюция апогея и перигея орбиты КА РадиоАстрон . . . . .	41
1.6	Эволюция периода орбиты КА РадиоАстрон . . . . .	41
1.7	Компоновка космического радиотелескопа РадиоАстрон . . . . .	42
1.8	Точность измерения гравитационного красного смещения с помощью КА РадиоАстрон . . . . .	44
2.1	Типы монтаровок наземных антенн . . . . .	51
2.2	Обобщенный тип монтаровки наземной антенны . . . . .	52
2.3	Общий вид монтаровки бортовой антенны . . . . .	56
2.4	Эволюция апогея и перигея орбиты КА РадиоАстрон . . . . .	59
2.5	Эволюция периода орбиты КА РадиоАстрон . . . . .	60
2.6	Схема КА РадиоАстрон . . . . .	61
2.7	Эффект ДФЦ для наземной антенны НСС Грин Бенк в эпоху низкого перигея . . . . .	67
2.8	Эффект ДФЦ для бортовой антенны в эпоху низкого перигея . . . . .	68
2.9	Эффект ДФЦ для наземной антенны НСС Грин Бенк в эпоху высокого перигея . . . . .	69
2.10	Эффект ДФЦ для бортовой антенны в эпоху высокого перигея . . . . .	70
2.11	Невязки частоты сигнала 8.4 ГГц с учетом и без учета эффекта ДФЦ антенн . . . . .	71
2.12	Эффект ДФЦ для наземной антенны будущего проекта КРСДБ . . . . .	73
2.13	Эффект ДФЦ для бортовой антенны будущего проекта КРСДБ . . . . .	74
2.14	Схема распространения двухпутевого сигнала . . . . .	77
2.15	Остаточный эффект ДФЦ для бортовой КА РадиоАстрон и наземной антенны НСС Грин Бенк . . . . .	80
3.1	Сравнение стабильностей бортовых водородных стандартов частоты КА РадиоАстрон и Gravity Probe A . . . . .	84
3.2	Модуляция гравитационного смещения частоты сигнала 8.4 ГГц КА РадиоАстрон в эпоху низкого перигея . . . . .	85

3.3	Эволюция отстройки частоты бортового водородного стандарта КА Спектр-Р от наземного стандарта НСС Грин Бенк . . . . .	87
3.4	Сравнение вкладов нерелятивистского эффекта Доплера и гравитации в смещение частоты сигналов, посланных с КА РадиоАстрон и принятых на НСС Грин Бенк . . . . .	87
3.5	Режимы работы радиолиний КА РадиоАстрон . . . . .	89
3.6	Остаточная частота сигнала 8.4 ГГц в сеансах raks17an (28.05.2016) и raks17ap (29.05.2016) с чередованием одно- и двухпутевого режимов синхронизации радиолиний . . . . .	92
3.7	Результат моделирования спектра сигнала 15 ГГц в режиме передачи шумоподобной информации . . . . .	96
3.8	Спектр сигнала 15 ГГц в режиме «Тест-2» бортового форматора . . . . .	97
3.9	Невязки полиномиальной аппроксимации частотных измерений сигналов 8.4 и 15 ГГц для одного из сеансов наблюдений в однопутевом режиме (НСС Пушино) . . . . .	101
3.10	Эволюция величины $z_{\text{obs}}^b$ , представляющей собой сумму гравитационного смещения частоты однопутевого сигнала, посланного с КА РадиоАстрон, и отстройки частоты бортового стандарта от наземного . . . . .	104
3.11	Эволюция разности величин $z_{\text{obs}}^b$ и предсказанного значения гравитационного смещения частоты . . . . .	105
3.12	Набор оценок параметра нарушения ЭПЭ $\varepsilon$ , полученных для каждой пары сеансов, на которые было разбито все множество однопутевых сеансов доплеровского слежения за КА РадиоАстрон . . . . .	106

# Список таблиц

1.1	Спектральная плотность мощности флуктуаций относительной частоты выходного сигнала часов . . . . .	33
1.2	Значения фиксированных параметров орбит спутников на эпоху 01/01/2030 00:00:00 UTC. . . . .	35
2.1	Уравнения для вычисления эффекта движения фазового центра наземных антенн с различными типами монтажных . . . . .	56
2.2	Неопределенности значений параметров, влияющих на расчетные значения эффекта движения фазового центра наземных и бортовых антенн . . . . .	63
2.3	Параметры антенн наземных станций слежения проекта РадиоАстрон . . . . .	64
2.4	Значения некоторых параметров орбиты КА РадиоАстрон для двух выбранных эпох низкого и высокого перигея . . . . .	65
2.5	Выбранные значения параметров орбиты космического аппарата будущего проекта космической РСДБ . . . . .	75
3.1	Оценки параметра нарушения ЭПЭ $\varepsilon$ по данным доплеровского слежения за КА РадиоАстрон в однопутевом режиме . . . . .	105

# Введение

**Актуальность темы исследования.** Общая теория относительности (ОТО) и квантовая теория составляют основу современной физической картины мира. В основе ОТО лежит эйнштейновский принцип эквивалентности (ЭПЭ), состоящий из трех утверждений: о независимости траекторий свободно падающих пробных тел от их внутреннего состава и структуры, о независимости результатов локальных негравитационных экспериментов от скорости и ориентации лаборатории и, наконец, о независимости результатов подобных экспериментов от времени и места их проведения (раздел 1.1.2). Справедливость ЭПЭ равносильна метрическому характеру гравитации, т.е. гравитация оказывается проявлением геометрии пространства-времени, а не всего лишь еще одним типом взаимодействия, таким как электромагнитное или слабое. Тем не менее, несмотря на математическую привлекательность подобного описания, классический характер эйнштейновской теории гравитации, а также имеющиеся в ней внутренние противоречия, такие как проблема сингулярности, свидетельствуют о том, что ОТО не является окончательной теорией гравитации. Попытки объединения ОТО с квантовой теорией, предпринимаемые в рамках теории струн, петлевой квантовой гравитации и др., практически неизбежно приводят к нарушению ЭПЭ. Экспериментальное обнаружение отклонений от предсказаний ОТО и ЭПЭ является поэтому принципиально важной задачей, решение которой позволит заложить экспериментальный базис единой теории фундаментальных взаимодействий.

Одним из перспективных способов проверки ОТО, а также любой другой метрической теории гравитации, является измерение эффекта гравитационного замедления времени, который является прямым следствием ЭПЭ и, в частности, принципа локальной пространственно-временной инвариантности. Выражение для эффекта гравитационного замедления времени, испытываемого двумя часами, находящимися в точках с различным гравитационным потенциалом, в простейшем случае слабого гравитационного поля и единственного параметра нарушения ЭПЭ имеет вид:

$$\frac{\Delta T_{\text{grav}}}{T} = (1 + \varepsilon) \frac{\Delta U}{c^2}, \quad (1)$$

где  $\Delta T_{\text{grav}}/T$  – относительное замедление времени, испытываемое часами,  $\Delta U$  – разность гравитационных потенциалов между точками, в которых расположены часы,  $c$  – скорость света,  $\varepsilon$  – параметр нарушения ЭПЭ [1].



Проверка ЭПЭ на основе соотношения (1), а также более сложных его вариантов [2], является сферой активного экспериментального исследования. Первое надежное измерение эффекта было произведено в лабораторных экспериментах, основанных на эффекте Мессбауэра [3]. Точность измерения составила 1%. С использованием водородного мазерного стандарта частоты на борту суборбитального космического аппарата (КА) была достигнута точность эксперимента  $1.4 \times 10^{-4}$  [4]. Недавно с помощью навигационных спутников Galileo 5 & 6 эффект был измерен с точностью  $(2 - 3) \times 10^{-5}$  [5, 6]. Планируется к запуску проект ACES [7] (ожидаемая точность  $2 \times 10^{-6}$ ). На различных стадиях планирования находится еще несколько экспериментов, как специализированных, так и совместных с другими научными задачами: STE-QUEST [2], E-GRIP [8], E-GRASP [9]. Одновременно проводятся дифференциальные (нуль-редшифт) эксперименты, основанные на сравнении скорости хода часов различных типов, находящихся в одной лаборатории и, следовательно, с одинаковым гравитационным потенциалом (точность  $\sim 10^{-6}$  [10]). Уникальная возможность проверки ЭПЭ в широком диапазоне расстояний от Земли, от 10 до 350 тыс. км, и точностью на уровне  $10^{-5}$  появилась благодаря реализации проекта РадиоАстрон. Основной научной задачей данного проекта являлось изучение астрофизических объектов и явлений по методу радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами. Однако, благодаря наличию на борту высокостабильного водородного стандарта частоты и эллиптической орбите РадиоАстрон оказался также весьма удобным инструментом для измерения эффекта гравитационного замедления времени.

Дальнейшее повышение точности подобных экспериментов связано, во-первых, с произошедшим за последнее десятилетие увеличением на 2–3 порядка стабильности атомных часов (до  $\sim 10^{-18}$  в терминах относительных флуктуаций частоты на интервалах усреднения  $\sim 1$  ч) и ожидающимся появлением бортовых образцов с аналогичными параметрами, и, во-вторых, размещением всех сравниваемых часов на КА. При планировании и осуществлении подобных экспериментов возникает несколько принципиальных вопросов: 1) оценка предельной точности проверки ЭПЭ с часами данного типа; 2) выбор оптимальной конфигурации орбит спутников; 3) исследование точности учета различных «мешающих» эффектов, таких как доплеровский сдвиг частоты и эффект движения фазового центра (ДФЦ) приемо-передающих антенн. Рассмотрение этих вопросов до настоящего времени носило неполный характер либо не проводилось вовсе. Так, оценка точности проверки ЭПЭ в эксперименте Gravity Probe A выполнена в неявном предположении о белом характере шума [4]. В эксперименте со спутниками Galileo не учитывались нарушающие ЭПЭ вклады Солнца и Луны в гравитационное замедление времени, а учет дрейфа скорости хода часов выполнен приближенно [5, 6]. Задача выбора оптимальной конфигурации эксперимента по проверке ЭПЭ, основанного на измерении гравитационного замедления времени, до настоящего времени не рассматривалась, равно как не проводилось исследование точности учета эффекта ДФЦ остронаправленных

приемо-передающих антенн.

**Целью** данной диссертационной работы является усовершенствование математических моделей, описывающих эксперименты по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ), основанные на измерении эффекта гравитационного замедления времени с помощью размещаемых на космических аппаратах высокостабильных атомных часов, и использование этих моделей для проверки ЭПЭ с помощью космического аппарата РадиоАстрон.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать математическую модель космических и наземно-космических экспериментов по проверке ЭПЭ, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов, учитывающую гравитационное воздействие тел Солнечной системы, окрашенный характер шума часов и возможную зависимость нарушающего ЭПЭ вклада в гравитационное замедление времени от типа часов и источника гравитационного поля. Модель должна позволять анализировать данные, оценивать точность и интерпретировать результаты экспериментов с атомными часами текущего и следующего поколений.
2. Оценить точность эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени, достижимую с помощью КА РадиоАстрон.
3. Разработать методологию эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени с помощью КА РадиоАстрон, учитывающую его аппаратные ограничения.
4. Разработать математическую модель эффекта ДФЦ бортовых и наземных остронаправленных антенн, учитывающую ошибки наведения и схему компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа Gravity Probe A. Апробировать созданную модель на данных, полученных с помощью КА РадиоАстрон.
5. Измерить параметр нарушения ЭПЭ, связанный с эффектом гравитационного замедления времени, используя данные доплеровского слежения за КА РадиоАстрон, полученные в сеансах связи КА с наземными станциями слежения (НСС).

**Научная новизна:**

1. Впервые построена математическая модель эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов, основанная на использовании полной информации об их шумовых параметрах в виде спектральной плотности мощности шума, а также учитывающая гравитационное воздействие тел Солнечной системы и

возможную зависимость нарушающего ЭПЭ вклада в гравитационное замедление времени от типа часов и источника гравитационного поля.

2. Впервые предложена концепция эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени и проверке ЭПЭ с помощью двух околоземных спутников, оснащенных высокостабильными часами. Определена оптимальная конфигурация орбит спутников и показано, что точность эксперимента может достичь  $3 \times 10^{-10}$  с использованием существующих образцов атомных часов.
3. Впервые разработана математическая модель эффекта ДФЦ бортовых и наземных остронаправленных антенн, учитывающая ошибки наведения. Впервые показано, что схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера типа Gravity Probe A позволяет на 4–5 порядков уменьшить эффект ДФЦ для наземной антенны (до  $1 \times 10^{-16}$  для РадиоАстроны) и полностью скомпенсировать вклад бортовой антенны в сдвиг частоты передаваемых сигналов.
4. Впервые разработана схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферного сдвига частоты в экспериментах по доплеровскому слежению за космическими аппаратами, основанная на использовании широкополосных сигналов с синхронизацией несущего и модулирующего сигналов от различных источников: несущего – от наземного стандарта, модулирующего – от бортового.
5. Впервые осуществлена проверка ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени с точностью  $3 \times 10^{-2}$  на расстояниях от 10 до 350 тыс. км от Земли.

**Научная и практическая значимость.** Полученные в рамках данной работы теоретические результаты могут быть использованы при разработке концепций будущих экспериментов по проверке ЭПЭ и иных высокоточных экспериментов, использующих данные доплеровского слежения за КА. Предложенная усовершенствованная математическая модель экспериментов по проверке ЭПЭ, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени, может быть использована для оценки точности, обработки и интерпретации данных наземно-космических, полностью космических и полностью наземных экспериментов с атомными часами текущего и следующего поколений (с относительной частотной стабильностью до  $\sim 10^{-18}$  на временах усреднения  $\sim 1$  ч). Предложенная концепция эксперимента с двумя околоземными спутниками открывает возможность нового типа измерения постньютоновских параметров  $\beta$  и  $\gamma$  и улучшения точности проверки ЭПЭ на 5 порядков. Разработанная математическая модель эффекта ДФЦ антенн, учитывающая ошибки наведения, а также демонстрация компенсации данного эффекта с помощью схемы Gravity Probe A закладывают основу для будущих высокоточных экспериментов по

доплеровскому слежению за КА с помощью остронаправленных антенн. Разработанная схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферного сдвига частоты, основанная на смешанном режиме синхронизации несущего и модулирующего сигналов линии связи с КА, может быть использована в будущих экспериментах по измерению гравитационного замедления времени. Проведенное измерение эффекта гравитационного замедления времени с помощью КА РадиоАстрон подтверждает справедливость ЭПЭ с точностью  $3 \times 10^{-2}$  на расстояниях от 10 до 350 тыс. км от Земли и закладывает основания для дальнейших экспериментальных проверок данного принципа.

**Методы исследования.** При решении задачи оценки предельной точности эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени с помощью двух спутников на околоземной орбите использовался метод максимального правдоподобия и неравенство Крамера-Рао. В качестве вычислительных средств использовались языки программирования C++, Python и Matlab. Для расчета орбит и условий видимости аппаратов применялась библиотека SPICE.

При решении задачи расчета параметра нарушения ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон и оценке его ошибки, использовался метод наименьших квадратов. В качестве вычислительных средств использовались языки программирования C++ и Matlab. Для расчета кинематических параметров НСС и преобразования координат использовалась библиотека NOVAS. Эти же математические средства использовались при расчете эффекта ДФЦ наземных и бортовых антенн.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Разработана математическая модель космических экспериментов по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов. Модель учитывает гравитационное воздействие тел Солнечной системы, окрашенный характер шума часов и возможную зависимость нарушающего принцип эквивалентности вклада в гравитационное замедление времени от типа часов и источника гравитационного поля. С помощью данной модели произведена оценка предельной точности эксперимента по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности с помощью космического аппарата РадиоАстрон, которая составила  $5 \times 10^{-6}$  при накоплении данных в течение 1 года.
2. Разработана концепция эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени и проверки эйнштейновского принципа эквивалентности с помощью двух околоземных спутников, оснащенных высокостабильными часами. Определена оптимальная конфигурация орбит спутников и показано, что точность эксперимента может достичь  $3 \times 10^{-10}$  с использованием существующих атомных часов при накоплении данных

в течение 3 лет. Это на 5 порядков лучше достигнутого на настоящий момент результата.

3. Разработана математическая модель эффекта движения фазового центра бортовых и наземных остронаправленных антенн, учитывающая ошибки наведения. Показано, что в гравитационном эксперименте с РадиоАстроном эти ошибки могут на порядок превышать допустимые. Разработана схема компенсации данного эффекта, которая позволяет на 4–5 порядков уменьшить его вклад в сдвиг частоты сигналов.
4. Разработана схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферы в экспериментах по доплеровскому слежению за космическими аппаратами, основанная на смешанном режиме синхронизации радиолинии космический аппарат – наземная станция (несущий сигнал – от наземного стандарта частоты, модулирующий – от бортового). Схема реализована на практике в гравитационных сеансах по доплеровскому слежению за космическим аппаратом РадиоАстрон.
5. Осуществлена проверка эйнштейновского принципа эквивалентности путем измерения эффекта гравитационного замедления времени с помощью космического аппарата РадиоАстрон с точностью  $3 \times 10^{-2}$ . Данная точность впервые достигнута на расстояниях, охватывающих диапазон от 10 до 350 тыс. км от центра Земли.

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и получены впервые.

**Высокая достоверность** полученного экспериментального результата по проверке ЭПЭ подтверждается его согласием с опубликованными ранее результатами экспериментов Gravity Probe A и GREAT. Достоверность теоретических результатов обеспечивается надежностью методик, реализованных в программном обеспечении, которое использовалось при моделировании, и независимой проверкой результатов различными методами. Достоверность представленных результатов подтверждается апробацией на российских и зарубежных международных конференциях, где присутствовали специалисты в данной области, а также публикациями в рецензируемых журналах.

**Апробация работы.** Основные результаты и положения, которые выносятся на защиту, апробированы в публикациях и обсуждениях на конференциях. Результаты были представлены и обсуждались на следующих конференциях:

1. *40-я Научная ассамблея КОСПАР (40th COSPAR Scientific Assembly)*, г. Москва, Россия, 2014;
2. *Конференция «Рассекая Вселенную» (Dissecting the Universe)*, Бонн, Германия, 2015;

3. *13-й Симпозиум европейской РСДБ сети (13th European VLBI Network Symposium)*, г. Санкт-Петербург, Россия, 2016;
4. *14-я Конференция им. Марселя Гроссмманна (The 14th Marcel Grossmann Meeting)*, г. Рим, Италия, 2016;
5. *Всероссийская астрономическая конференция «ВАК-2017»*, г. Ялта, Россия, 2017;
6. *Конференция «6-й Международный colloquium по научным и фундаментальным аспектам ГНСС/Галилео» (6th International Colloquium on Scientific and Fundamental Aspects of GNSS/Galileo)*, г. Валенсия, Испания, 2017;
7. *14-й Симпозиум европейской РСДБ сети (14th European VLBI Network Symposium)*, г. Гранада, Испания, 2018;
8. *42-я Научная ассамблея КОСПАР (42nd COSPAR Scientific Assembly)*, г. Пасадина, США, 2018;
9. *15-я Конференция им. Марселя Гроссмманна (The 15th Marcel Grossmann Meeting)*, г. Рим, Италия, 2018;
10. *54-я конференция «Rencontres de Moriond»*, г. Ля Тюиль, Италия, 2019;
11. *43-я Научная ассамблея КОСПАР (43rd COSPAR Scientific Assembly)*, г. Сидней, Австралия, 2021.

**Публикации.** Основные результаты диссертационной работы опубликованы в ведущих рецензируемых журналах. Всего имеется 5 научных статей [A1–A5] с основными результатами, выносимыми на защиту, в журналах, входящих в список Web of Science Core Collection и рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (ВАК) при Министерстве образования и науки РФ. Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

- A1** Бирюков А. В., Кауц В. Л., Кулагин В. В., Литвинов Д. А., Руденко В. Н. Измерение гравитационного красного смещения с помощью космического радиотелескопа «РадиоАстрон» // *Астрономический журнал*. 2014. Т. 91, № 11. С. 887–900.

- A2** Litvinov D. A., Rudenko V. N., Alakoz A. V., Bach U., Bartel N., Belonenko A. V., Belousov K. G., Bietenholz M., Biriukov A. V., Carman R., Cimò G., Courde C., Dirkx D., Duev D. A., Filetkin A. I., Granato G., Gurvits L. I., Gusev A. V., Haas R., Herold G., Kahlon A., Kanevsky B. Z., Kauts V. L., Kopelyansky G. D., Kovalenko A. V., Kronschnabl G., Kulagin V. V., Kutkin A. M., Lindqvist M., Lovell J. E. J., Mariey H., McCallum J., Molera Calvés G., Moore C., Moore K., Neidhardt A., Plötz C., Pogrebenko S. V., Pollard A., Porayko N. K., Quick J., Smirnov A. I., Sokolovsky K. V., Stepanyants V. A., Torre J. M., de Vicente P., Yang J., Zakhvatkin M. V. Probing the gravitational redshift with an Earth-orbiting satellite // *Physics Letters A*. 2018. Vol. 382, no. 33. P. 2192–2198.
- A3** Nunes N. V., Bartel N., Bietenholz M. F., Zakhvatkin M. V., Litvinov D. A., Rudenko V. N., Gurvits L. I., Granato G., Dirkx D. The gravitational redshift monitored with RadioAstron from near Earth up to 350,000 km // *Advances in Space Research*. 2020. Vol. 65, no. 2. P. 790–797.
- A4** Litvinov D., Pilipenko S. Testing the Einstein equivalence principle with two Earth-orbiting clocks // *Classical and Quantum Gravity*. 2021. Vol. 38, no. 13. P. 135010.
- A5** Litvinov D. A., Nunes N. V., Filetkin A. I., Bartel N., Gurvits L. I., Molera Calves G., Rudenko V. N., Zakhvatkin M. V. The antenna phase center motion effect in high-accuracy spacecraft tracking experiments // *Advances in Space Research*. 2021. Vol. 68, no. 10. P. 4274–4291.

**Личный вклад.** Во всех результатах, выносимых на защиту, личный вклад автора является основным или равным вкладу соавторов.

В работе [A1] вклад диссертанта основной и включает разработку концепции проведения эксперимента в режиме работы «Частичный Когерент» КА РадиоАстрон, обработку данных частотных измерений со спутника, моделирование спектра сигнала 15 ГГц КА РадиоАстрон в режиме «Тест-2», участие в обсуждении результатов и подготовку публикации.

В работе [A2] вклад диссертанта основной и включает разработку концепции эксперимента на основе чередования режимов синхронизации линий связи с КА РадиоАстрон, планирование наблюдений, разработку программного обеспечения для обработки экспериментальных данных, обработку экспериментальных данных (построение кривой дрейфа частоты бортового стандарта относительно наземного стандарта НСС Грин Бенк, обработку данных измерений с телескопа Онсала), участие в обсуждении результатов и подготовку публикации.

В работе [A3] вклад диссертанта равен вкладу соавторов и включает постановку задачи, разработку алгоритмов и программного обеспечения для обработки экспериментальных данных, обработку экспериментальных данных, получение оценки параметра нарушения ЭПЭ, связанного с эффектом гравитационного замедления времени, и участие в обсуждении результатов.

В работе [A4] вклад диссертанта равен вкладу соавтора и включает постановку задачи, создание математической модели эффекта нарушения ЭПЭ, разработку концепции эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени с помощью двух околоземных спутников, проведение математического моделирования, участие в обсуждении результатов и подготовку публикации.

В работе [A5] вклад диссертанта основной и включает постановку задачи, разработку математической модели эффекта ДФЦ остронаправленных антенн, разработку схемы компенсации эффекта, разработку программного обеспечения для обработки экспериментальных данных и математического моделирования, обработку экспериментальных данных (за исключением расчета невязок частотных измерений с НСС Грин Бенк), моделирование эффекта для КА РадиоАстрон и КА будущих проектов космической РСДБ, участие в обсуждении результатов и подготовку публикации.

**Соответствие специальности.** Цель диссертационной работы находится в русле исследований по созданию и совершенствованию физической картины мира, раскрытию природы процессов и явлений в космическом пространстве – и поэтому соответствует специальности 01.03.02 («Астрофизика и звездная астрономия»). Диссертация посвящена исследованию распространения электромагнитного излучения в космическом пространстве под действием гравитации со стороны тел Солнечной системы, что соответствует паспорту специальности 01.03.02, а также исследованию приема и распространения радиоволн, что соответствует паспорту специальности 01.04.03 («Радиофизика»). Построенная в диссертации математическая модель гравитационного эксперимента по проверке ЭПЭ с учетом шумовых параметров часов, новая концепция эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью двух космических аппаратов и новые результаты проверки ЭПЭ по данным проекта РадиоАстрон вносят вклад в области науки, соответствующие специальности 01.03.02. Разработанная математическая модель эффекта ДФЦ бортовых и наземных остронаправленных антенн и новая схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера составляют вклад диссертации в исследования антенных систем и способов передачи радиосигналов, что относится к специальности 01.04.03.

**Объем, структура и содержание работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, списка рисунков и списка таблиц. Полный объем диссертации составляет 120 страниц с 35 рисунками и 8 таблицами. Список литературы содержит 109 наименований на 9 страницах.

Первая глава посвящена изложению разработанного нами математического аппарата для оценки точности экспериментов по проверке ЭПЭ, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов. Также представлены результаты его применения к случаю КА РадиоАстрон и предложенной нами концепции эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью двух околоземных спутников.

Вторая глава посвящена результатам исследования особенностей эффекта



движения фазового центра бортовых и наземных остронаправленных антенн, возникающих при слежении за КА.

В третьей главе представлены разработанный нами метод компенсации релятивистского эффекта Доплера и тропосферного смещения частоты в экспериментах по доплеровскому слежению за КА, а также результаты обработки части данных (однопутевых доплеровских измерений), собранных в рамках эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы работы, а также планы дальнейших исследований.

# Глава 1

## Оценка точности космических экспериментов по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени

Данная глава посвящена изложению разработанного нами с соавторами подхода к оценке точности экспериментов по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ) путем измерения эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов. Представлена математическая модель эксперимента, которая включает нарушающие ЭПЭ вклады в эффект гравитационного замедления времени от Солнца, Луны и планет, а также учитывает шумовые характеристики часов в виде спектральной плотности мощности шума их выходного сигнала. Изложен способ оценки параметров нарушения ЭПЭ и точности их измерения. Также в данной главе рассматривается предложенная нами концепция эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью двух оснащенных высокостабильными часами спутников на околоземной орбите. Используя разработанный нами математический аппарат, мы находим максимальную точность измерения параметров нарушения ЭПЭ, достижимую в данном эксперименте. При использовании уже имеющихся часов она оказывается на 4–5 порядков выше достигнутой на сегодняшний день. Наконец, мы применяем развитый нами аппарат для оценки точности эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью космического аппарата РадиоАстрон.

Все результаты данной главы, представленные в разделах 1.2–1.5, включая все рисунки и таблицы, опубликованы в работе [A4] (за исключением Рис. 1.7, заимствованного из [11]). Личный вклад автора в данную работу указан во Введении к диссертации. Глава также содержит вводную часть (раздел 1.1), представляющую собой обзор современного состояния экспериментов по проверке ЭПЭ и основанную на материалах [2, 12, 13].

## 1.1 Эйнштейновский принцип эквивалентности и его экспериментальные проверки

### 1.1.1 Проблемы современной физической картины мира

Современная физическая картина мира основана на двух теориях: квантовой теории поля и общей теории относительности. Квантовая теория чрезвычайно успешно объясняет широкий круг явлений атомной физики, физики элементарных частиц и физики высоких энергий. Существенным ее достижением является единообразное описание трех из четырех известных нам вида взаимодействий – электромагнитного, слабого и сильного. Эволюция квантовой теории поля привела к созданию Стандартной модели взаимодействий элементарных частиц, которая успешно объясняет множество явлений физики частиц, и недавно получила еще одно убедительное подтверждение в виде обнаружения предсказанного с ее помощью бозона Хиггса [14, 15]. Несмотря на наличие ряда проблем, Стандартная модель, безусловно, является наиболее обоснованной из имеющихся моделей элементарных частиц.

С другой стороны, общая теория относительности (ОТО) успешно объясняет множество явлений, связанных с гравитационным взаимодействием, которые происходят в околоземном пространстве, в Солнечной системе, а также на галактических и космологических масштабах. Гипотеза о том, что на больших масштабах справедливы законы ОТО, а на малых – законы Стандартной модели, привела вместе с допущением об однородности и изотропности Вселенной к так называемой стандартной космологической модели  $\Lambda$ CDM, которая находится в прекрасном согласии с опытом, – в частности, с экспериментальными данными по анизотропии реликтового излучения [16].

Тем не менее, на настоящий момент остается нерешенным целый ряд принципиальных вопросов. Это, прежде всего, проблемы темной энергии, – которая феноменологически описывается  $\Lambda$ -членом в уравнениях Эйнштейна, но природа которой неизвестна, – и темной материи, предположительно состоящей из неизвестных на настоящий момент частиц. Ни одно из этих явлений Стандартная модель оказалась не в состоянии объяснить. Трудности Стандартной модели включают также проблему иерархии – огромное различие энергетических масштабов различных видов взаимодействий. Фундаментальной проблемой ОТО является тот факт, что она является классической теорией, т.е. вза-

имодействия в ней описываются не с помощью обмена дискретным переносчиком гравитационного взаимодействия, гравитоном, а в терминах классических, не квантованных полей. В силу указанных трудностей, большинство физиков склоняется к тому, что и Стандартная модель, и ОТО являются лишь низкоэнергетическими приближениями другой, более общей теории.

На настоящий момент имеется несколько кандидатов на роль такой «теории всего». Наиболее популярными из них являются различные варианты теории суперструн и объединяющая их М-теория [17]. Важную роль в попытках построения «теории всего» играет также теория петлевой квантовой гравитации [18]. К сожалению, в рамках всех этих теорий пока сложно делать экспериментально проверяемые количественные предсказания. Тем не менее, неотъемлемой их частью является то, что все они предсказывают нарушение одного из основных принципов ОТО – эйнштейновского принципа эквивалентности, описанного ниже в разделе 1.1.2. С теоретической точки зрения данное обстоятельство не является проблемой, т.к. эйнштейновский принцип эквивалентности (ЭПЭ) не является фундаментальной симметрией природы, такой, например, как принцип калибровочной инвариантности в физике элементарных частиц. Поэтому поиск и обнаружение экспериментальных проявлений нарушения ЭПЭ является теоретически обоснованной и крайне важной задачей, решение которой позволит сделать количественные предсказания относительно свойств будущей «теории всего». Одним из прямых следствий ЭПЭ является эффект замедления скорости хода часов в гравитационном поле, или гравитационного смещения частоты. Измерение данного эффекта является одним из актуальных способов поиска отклонений от предсказаний ЭПЭ.

### 1.1.2 Эйнштейновский принцип эквивалентности (ЭПЭ)

В современной формулировке ЭПЭ складывается из трёх составляющих [13]:

1. Слабого принципа эквивалентности или принципа универсальности свободного падения, который утверждает, что траектория свободно падающего пробного тела не зависит от его внутренней структуры и состава. При этом предполагается, что на тело не действуют отличные от гравитации внешние силы, и явление рассматривается в достаточно малой области пространства, так что можно пренебречь приливными силами.
2. Принципа локальной лоренц-инвариантности (ЛЛИ), согласно которому результат любого локального негравитационного эксперимента не зависит от скорости и ориентации лаборатории.
3. Принципа локальной пространственно-временной (позиционной) инвариантности (ЛПИ), согласно которому результат любого локального негравитационного эксперимента не зависит от места и времени его проведения.

Три составляющие ЭПЭ утверждения весьма различны по своему содержанию, поэтому можно было бы предположить, что они являются независимыми. Однако, в 1960-х годах Л. Шифф выдвинул (и обосновал в ряде моделей) гипотезу, смысл которой состоит в том, что нарушение одной из составляющих ЭПЭ влечет за собой нарушение и двух других [13]. Гипотеза Шиффа может быть доказана в ряде моделей, например, в рамках лагранжева формализма (см. раздел 1.1.5). Можно также показать, что любая теория гравитации, основанная на принципе наименьшего действия и удовлетворяющая закону сохранения энергии, удовлетворяет и гипотезе Шиффа [13]. На настоящий момент неизвестно жизнеспособных теорий гравитации, которые бы не удовлетворяли гипотезе Шиффа.

Появление данной гипотезы повлекло за собой дискуссию относительной важности тех или иных экспериментов по проверке различных подпринципов ЭПЭ. В результате было обнаружено, что количественное соотношение между степенью нарушения того или иного подпринципа является существенно модельно зависимым [13] (см. также раздел 1.1.5). Таким образом, на настоящий момент не представляется возможным утверждать, проверка какого из подпринципов ЭПЭ является более перспективной с точки зрения вероятности обнаружения его нарушения.

Для полноты картины следует упомянуть также о сильном принципе эквивалентности (СПЭ). СПЭ состоит из тех же самых утверждений, что и ЭПЭ, но их справедливость расширяется на «пробные» тела, гравитационным взаимодействием которых друг с другом пренебречь нельзя. Экспериментальные проверки СПЭ возможны путем наблюдения за планетами, звездами и т.п. Наиболее известным подобным экспериментом является многолетний опыт по лазерной локации Луны, в котором пробными телами являются Земля и Луна [19]. СПЭ является более ограничительным утверждением, чем ЭПЭ, и включает его как частный случай. Нарушение СПЭ не обязательно влечет за собой нарушение ЭПЭ. Единственной жизнеспособной теорией, удовлетворяющей СПЭ, является ОТО. Поэтому обнаружение нарушения СПЭ будет равносильно несправедливости ОТО. В то же время, существует значительное число теорий гравитации, удовлетворяющих ЭПЭ, но не удовлетворяющих СПЭ, например, скалярно-тензорная теория Бранса-Дике. Также сюда относятся все метрические теории, описываемые отличными от ОТО значениями постньютоновских параметров [13].

### 1.1.3 Роль ЭПЭ в различных теориях гравитации

Важнейшая роль ЭПЭ состоит в том, что он является основой всех так называемых «метрических» теорий гравитации, т.е. таких, которые рассматривают гравитационное взаимодействие как проявление искривленной структуры пространства-времени. К числу метрических теорий, естественно, относится и ОТО. Разделение теорий гравитации на метрические и неметрические является

принципиальным, т.к. подразумевает описание гравитации либо как геометрического феномена, либо просто как еще одного поля, распространяющегося в плоском пространстве-времени и взаимодействующего с полями других частиц. Лишь эксперименты по проверке ЭПЭ могут ответить на вопрос о том, какая из этих двух точек зрения является правильной.

Метрические теории удовлетворяют следующим требованиям [20, 21, 13]:

1. Пространство-время в каждой своей точке может быть охарактеризовано симметричным метрическим тензором,  $g_{\mu\nu}$ , который определяет расстояние между двумя бесконечно близкими событиями:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}, \quad (1.1)$$

в некоторой 4-мерной системе координат  $x^\mu$ .

2. Траектории свободно падающих тел являются геодезическими, т.е. экстремалами:

$$\delta \int ds = 0. \quad (1.2)$$

Иными словами они зависят только от структуры пространства-времени и не зависят от пробного тела.

3. Собственное время, измеряемое свободно падающими часами, определяется формулой:

$$d\tau^2 = -\frac{1}{c^2} ds^2, \quad (1.3)$$

т.е. не зависит от типа часов.

4. Все физические законы, не включая гравитацию, в локальных свободно падающих системах отсчета действуют так же, как в специальной теории относительности.

Данные постулаты, как нетрудно убедиться, являются прямым следствием ЭПЭ [12, 13]. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, помимо ОТО существует множество теорий гравитации, удовлетворяющих ЭПЭ и потому являющихся метрическими.

#### 1.1.4 Роль ЭПЭ в контексте космологии и физики частиц

Одним из наиболее значительных достижений в области космологии стало открытие того, что Вселенная не просто расширяется, но расширяется с ускорением [22, 23, 16]. Такой сценарий ее эволюции реализуется в рамках модели  $\Lambda$ CDM, в которой Вселенная состоит из темной энергии (68.3% от общей массы), темной материи (26.8%) и барионного вещества (4.9%). Процентное содержание темной энергии подтверждается также наблюдениями сверхновых типа Ia на

больших красных смещениях [22, 23, 24, 25]. Существование темной материи подтверждается анализом кривых вращений галактик [26], крупномасштабной структуры Вселенной [27, 28] и гравитационного линзирования [29, 30]. Тем не менее, несмотря на множество аргументов в пользу существования темной энергии и темной материи, об их природе до сих пор известно очень мало.

Простейшим феноменологическим объяснением темной энергии является наличие крайне малой, но отличной от нуля, космологической константы  $\Lambda$ . Природа темной энергии может быть различной, но наиболее распространенная гипотеза состоит в том, что она связана с плотностью энергии вакуума, которая предполагается однородной. Согласно наблюдениям,  $\Lambda \simeq H_0^2$ , где  $H_0 = 2 \times 10^{-42} \text{ GeV}$  – текущее значение постоянной Хаббла. Плотность энергии вакуума, таким образом, составляет  $\rho_\Lambda = \Lambda/8\pi G \simeq 10^{-47} \text{ ГэВ}^4$ , т.е. приблизительно равна критической,  $\simeq \rho_{\text{critical}}$ .

С другой стороны, согласно квантово-полевым представлениям, плотность энергии вакуума представляет собой сумму энергий нулевых колебаний всех квантовых полей с обрезанием по волновому числу колебательных мод, соответствующему планковской длине, т.е.  $m_P \simeq 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}$ , что дает  $\rho_{\text{vacuum}} \simeq 10^{74} \text{ ГэВ}^4$ . Данное значение на 121 порядок превышает наблюдаемое. Попытка использовать вместо  $m_P$  характерный энергетический масштаб квантовой хромодинамики не решает проблему, т.к. в этом случае получаем  $\rho_{\text{vacuum}} \simeq 10^{-3} \text{ ГэВ}^4$ . Таким образом, на настоящий момент не существует теоретического объяснения, почему космологическая константа, если она отлична от нуля, имеет столь малую величину.

В связи с этим делаются попытки объяснения ускоренного характера расширения Вселенной в рамках альтернативных моделей гравитации, отличных от ОТО и не требующих введения космологического  $\Lambda$ -члена. Среди подобных теорий можно отметить модели «квинтэссенции» [31, 32, 33], хамелеонные поля [34, 35, 36], чаплыгинские газы [37, 38],  $f(R)$ -гравитацию [39, 40]. Большинство этих моделей характеризуется тем, что в них присутствует скалярное поле, или несколько скалярных полей, которые взаимодействуют с полями обычной материи и гравитационным полем. Появление в действии для гравитационного поля слагаемых, отвечающих за его взаимодействие со скалярными полями, является характерным также для упоминавшейся выше  $M$ -теории и теорий супергравитации. Введение таких скалярных полей в действие для гравитационного поля практически неизбежно приводит к неуниверсальному характеру его взаимодействия с полями других частиц и, следовательно, нарушению ЭПЭ [2]. Одна из моделей подобного нарушения рассмотрена в следующем разделе.

В физике частиц также существует значительная концептуальная проблема, решение которой, по-видимому, связано с введением в теорию скалярных полей. В Стандартной модели имеется большое количество безразмерных констант, значения которых фиксируются лишь исходя из требования согласия с экспериментальными данными, что представляется неудовлетворительным с теоретической точки зрения [41]. Значительные усилия направлены на то, что-

бы заменить эти константы динамическими полями, по аналогии с тем, как хиггсовское поле приводит к появлению массы фундаментальных частиц. В таком подходе константы связи становятся динамическими величинами, которые могут зависеть от точки пространства-времени, т.е. приводить к нарушению пространственно-временной инвариантности (а также лоренц-инвариантности и универсальности свободного падения). При этом, как правило, оказывается необходимым вводить механизмы, которые приводят к стабилизации этих полей, чтобы согласовать их параметры с ограничениями, которые накладывают эксперименты по проверке ЭПЭ [42, 43]. Таким образом, экспериментальные проверки ЭПЭ позволяют наложить ограничения на параметры этих теорий.

### 1.1.5 Модель возможного нарушения ЭПЭ

Рассмотрим одну из возможных моделей нарушения ЭПЭ в рамках так называемого формализма модифицированных лагранжианов [19, 44, 12, 45]. Данный формализм позволяет охватить широкий класс теорий гравитации, как метрических, так и неметрических, которые удовлетворяют гипотезе Шиффа и закону сохранения энергии. Тот или иной тип теории задается лагранжианом, в котором для нарушающих ЭПЭ теорий взаимодействие между гравитационным полем и полями материи является неуниверсальным.

Рассмотрим поведение в такой теории пробного тела массы  $m$ , находящегося в некотором гравитационном потенциале, например, создаваемом точечной массой  $M$ :  $U(\mathbf{x}) = GM/r$ , где  $r = |\mathbf{x}|$ . Движение данного пробного тела описывается лагранжианом:

$$L = -m c^2 + m U + \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2. \quad (1.4)$$

Предположим, что масса тела зависит от положения данного тела в пространстве:

$$m = m(\mathbf{x}), \quad (1.5)$$

т.е. имеет место явное нарушение принципа локальной пространственно-временной инвариантности. Одним из способов реализации подобного нарушения может быть аномальное поведение в гравитационном поле одного из полей составляющих данное тело частиц, вследствие чего соответствующая часть энергии тела зависит от координаты:

$$E_X = E_X(\mathbf{x}), \quad (1.6)$$

где  $X$  обозначает нарушающий ЭПЭ тип взаимодействия, например, электромагнитное, ядерное, спин-спиновое и т.д. Мы ограничимся введением зависимости энергии лишь от координаты,  $\mathbf{x}$ , хотя в общем случае можно было бы также добавить зависимость ее от скорости,  $\mathbf{v}$ , и тем самым ввести явное нарушение принципа локальной лоренц-инвариантности. Отделяя  $E_X(\mathbf{x})$  от других видов



взаимодействия,  $\overline{E}_Y$ , не нарушающих ЭПЭ, можем записать:

$$m(\mathbf{x}) = \overline{m} + \frac{1}{c^2} \left[ E_X(\mathbf{x}) + \sum_{Y \neq X} \overline{E}_Y \right]. \quad (1.7)$$

Здесь  $\overline{m}$  обозначает сумму масс покоя частиц, составляющих пробное тело, причем  $\overline{m}$  и все  $\overline{E}_Y$  являются константами. Простейшей моделью нарушения принципа локальной пространственно-временной инвариантности является, очевидно, линейная зависимость энергии от гравитационного потенциала в данной точке:

$$E_X(\mathbf{x}) = \overline{E}_X + \beta_X^{(a)} \overline{m} \Delta U(\mathbf{x}), \quad (1.8)$$

где  $\Delta U = U_{\oplus} - U$  обозначает разность гравитационных потенциалов между точкой наблюдения и некоторой фиксированной точкой, например, на поверхности Земли. Параметр нарушения,  $\beta_X^{(a)}$ , является безразмерным и характеризует степень нарушения ЭПЭ. Индекс  $X$  явным образом отмечает тот факт, что этот параметр зависит от типа взаимодействия, в то время как индекс  $a$  означает возможную зависимость параметра нарушения от внутренних свойств тела, например, спина составляющих его частиц. Обозначим «нормальную» составляющую массы тела как  $m_0$ , тогда:

$$m_0 = \overline{m} + \sum_Y \frac{\overline{E}_Y}{c^2}, \quad (1.9)$$

Подставляя выражение (1.9) в исходный лагранжиан, получаем:

$$L = -m_0 c^2 + m_0 \left( U - \beta_X^{(a)} \Delta U \right) + \frac{1}{2} m_0 \mathbf{v}^2, \quad (1.10)$$

где мы отбросили слагаемые высших порядков.

Применим уравнение (1.10) к задачам о свободном падении тела и измерению эффекта гравитационного красного смещения. Варьируя уравнение (1.10), получаем уравнение движения тела:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = (1 + \beta_X^{(a)}) \nabla U. \quad (1.11)$$

Очевидно, что решению уравнения (1.11) будет соответствовать траектория тела, которая зависит от его свойств, т.е. принцип универсальности свободного падения нарушается. Отметим также, что в рамках данного частного случая мы убедились в справедливости гипотезы Шиффа, так как, предположив нарушение принципа ЛПИ, мы пришли к выводу о нарушении слабого принципа эквивалентности.

Выражение для гравитационного смещения частоты получается аналогичным образом. Опуская его вывод (см. [19]), сразу приведем результат:

$$\frac{\Delta f}{f} = (1 + \alpha_X^{(a)}) \frac{\Delta U}{c^2}, \quad (1.12)$$

где  $\Delta f/f$  – относительное смещение частоты (или, что то же, скорости хода часов),  $\Delta U$  – разность гравитационных потенциалов между точками наблюдения,  $\alpha_X^{(a)}$  – параметр нарушения, зависящий от введенного ранее параметра нарушения ЛПИ следующим образом:

$$\beta_X^{(a)} = \alpha_X^{(a)} \frac{\bar{E}_X}{\bar{m} c^2}. \quad (1.13)$$

Таким образом, мы видим, что эксперименты по проверке принципов ЛПИ и универсальности свободного падения не являются независимыми. Так как для лабораторных экспериментов типичной является ситуация, когда  $\bar{E}_X \ll \bar{m} c^2$ , то отсюда следует, что  $\beta_X \ll \alpha_X$ . Соотношение между чувствительностью конкретных экспериментов различного типа определяется уравнением (1.13), т.е. в конечном счете моделью нарушения ЭПЭ.

Рассмотрим модель, в которой электромагнитное взаимодействие имеет аномальную связь с гравитационным полем, а все остальные взаимодействия подчиняются ЭПЭ. В этом случае  $\beta_{EM} \neq 0$ , а все остальные  $\beta = 0$ . Эксперименты по проверке универсальности свободного падения типа Этвеша [46] с двумя различными телами (a) и (b), оба из которых имеют электромагнитные составляющие в энергию покоя, в настоящее время находятся на уровне точности  $|\beta_{EM}^{(a)} - \beta_{EM}^{(b)}| \simeq |\beta_{EM}| \lesssim 10^{-14}$  [47]. В то же время в экспериментах по измерению эффекта гравитационного красного смещения с некоторыми часами типа (c) на сегодняшний день достигнута точность  $|\alpha_{EM}^{(c)}| \simeq |\alpha_{EM}| \lesssim 10^{-5}$  ([4, 5, 6]). Для макроскопических тел доля электромагнитной энергии в суммарной энергии покоя составляет  $\bar{E}_{EM}/(\bar{m}c^2) \simeq 10^{-3}$ . Отсюда, с помощью уравнения (1.13), заключаем, что  $|\beta_{EM}| \simeq 10^{-3} |\alpha_{EM}|$ . Таким образом, из экспериментов по проверке универсальности свободного падения мы можем сделать вывод, что  $|\alpha_{EM}| \lesssim 10^{-11}$ , тогда как из экспериментов по измерению гравитационного замедления времени лишь  $|\alpha_{EM}| \lesssim 10^{-5}$ .

Рассмотрим другую модель, в которой основной вклад в «аномальную» энергию вносит ядерный спин, т.е. для энергии связи сверхтонкой структуры имеем  $\beta_{HF} \neq 0$ , а остальные параметры нарушения ЭПЭ пренебрежимо малы. Тогда мы приходим к совершенно иным результатам. Величина энергии связи, соответствующая уровням сверхтонкой структуры, составляет  $\sim 10^{-24}$  Дж, что для типичных масс атомов дает  $\bar{E}_{HF}/(\bar{m}c^2) \simeq 10^{-16}$ . Таким образом, тесты по проверке универсальности свободного падения приводят к ограничению  $|\alpha_{HF}| \lesssim 10^2$ , тогда как эксперименты по измерению гравитационного красного смещения с использованием атомных часов, основанных на переходах сверхтонкой структуры (например, водородных стандартов), приводят к ограничению  $|\alpha_{HF}| \lesssim 10^{-5}$ .

Таким образом, интерпретация того или иного эксперимента и уровень доказательности подтверждения или опровержения того или иного аспекта ЭПЭ существенным образом зависят от теоретической модели нарушения ЭПЭ.

### 1.1.6 Типы экспериментов по проверке ЭПЭ

Наиболее известной проверкой слабого принципа эквивалентности является измерение относительного ускорения двух пробных тел различной внутренней структуры и состава, свободно падающих во внешнем гравитационном поле. Измерение предельного значения относительной разницы ускорений характеризуется величиной, называемой отношением Этвеша:  $\eta = 2|a_1 - a_2|/|a_1 + a_2|$ . Различными группами (Этвеш [12], Брагинский-Панов [48], Eöt-Wash [46] и др.) были выполнены наземные эксперименты с крутильными весами, которые подтверждают слабый принцип эквивалентности с точностью не менее  $10^{-13}$ . В недавно завершившемся космическом эксперименте MICROSCOPE был получен предварительный результат с точностью  $1.3 \times 10^{-14}$  [47] и ожидается его улучшение до  $\sim 10^{-15}$  по итогам окончательной обработки данных. На борту спутника находятся два идентичных дифференциальных акселерометра, состоящих из двух цилиндрических концентрических пробных масс. В первом пробные массы сделаны из разных материалов (основной акселерометр), во втором – из одинаковых (калибровочный). Для реализации свободного падения в поле Земли использовалась системы компенсации сноса и контроля высоты.

Проверка ЛЛИ подразумевает поиск изменения фундаментальных констант в зависимости от скорости и ориентации лаборатории (например, вследствие орбитального движения Земли вокруг Солнца). Эксперименты Майкельсона-Морли по определению степени анизотропии скорости света путем наблюдения запаздывания лучей в лазерном интерферометре ограничили возможное относительное отклонение скорости света от постоянного значения величиной  $\Delta c/c \sim 10^{-11}$ . Другим типом экспериментов является поиск анизотропии постоянной тонкой структуры с помощью различных атомных стандартов частоты [49, 50]. На текущий момент ЛЛИ подтверждена с точностью  $\sim 10^{-17}$  [51].

Двумя основными способами проверки ЛПИ являются эксперименты по измерению гравитационного замедления времени, в которых проявляется пространственная зависимость результатов локальных экспериментов, а также измерение постоянства фундаментальных (негравитационных) констант от времени ([52] и ссылки там же). В 1907 году Эйнштейн предсказал существование эффекта гравитационного замедления времени, или гравитационного смещения частоты электромагнитных волн, как прямое следствие принципа эквивалентности. На частотном языке согласно этому эффекту при прохождении электромагнитной волной разности гравитационных потенциалов  $\Delta U$  ее частота  $f$  изменяется на величину

$$\frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} = \frac{\Delta U}{c^2}. \quad (1.14)$$

Это эквивалентно изменению скорости течения времени в точках с разными гравитационными потенциалами

$$\frac{\Delta T_{\text{grav}}}{T} = \frac{\Delta U}{c^2}, \quad (1.15)$$

где  $T$  – длительность измеряемого часами интервала времени,  $c$  – скорость света в вакууме.

Проверка данного эффекта может проводиться путем измерения смещения частоты распространяющихся в гравитационном поле электромагнитных волн или сравнения темпа хода часов, расположенных в точках с разными гравитационными потенциалами. Если ЛПИ не выполняется, то возможные нарушения в общем случае описываются следующей многопараметрической моделью

$$\frac{\Delta f_{grav}}{f} = \frac{U_a}{c^2} \left(1 + \varepsilon_X^{(a)}\right) - \frac{U_b}{c^2} \left(1 + \varepsilon_X^{(b)}\right), \quad (1.16)$$

где  $\varepsilon_X^{(a)}$  и  $\varepsilon_X^{(b)}$  – параметры нарушения, зависящие от типа квантового перехода, используемого в соответствующих часах  $a$  и  $b$ , а также, возможно, от источника гравитационного поля,  $X$  [53]. Важно отметить, что при справедливости ЭПЭ параметры  $\varepsilon_X^{(a)}$  и  $\varepsilon_X^{(b)}$  равны 0.

Существуют два основных подхода к проверке ЛПИ с помощью измерения гравитационного красного смещения. В экспериментах первого типа («классических») сравнивается частота двух атомных стандартов частоты и времени (как правило, используются идентичные стандарты), которые находятся в точках с разными гравитационными потенциалами ( $\varepsilon_X^{(a)} = \varepsilon_X^{(b)}$ ,  $U_a \neq U_b$ ). В таком подходе измеряемый эффект гравитационного замедления времени (или смещения частоты) имеет ненулевое значение вне зависимости от того, выполняется ЭПЭ или нет. Преимуществом подобных экспериментов является то, что в них измеряется полная величина параметров нарушения  $\varepsilon_X^{(a)}$ . Недостатком является сложность передачи сигналов стандартов на большие расстояния, требующиеся для достижения значительной разности гравитационных потенциалов. Именно этот тип экспериментов по проверке ЭПЭ является основным объектом изучения в данной работе.

В другом подходе, реализуемом в так называемых «нуль-редшифт» экспериментах, сравнивается разность скорости хода колоцированных часов различных типов ( $\varepsilon_X^{(a)} \neq \varepsilon_X^{(b)}$ ,  $U_a = U_b$ ). Это позволяет измерять возможную зависимость величины эффекта нарушения ЭПЭ от типа квантового перехода. Недостаток данного подхода состоит в том, что в результате эксперимента измеряются лишь разности параметров нарушения ЭПЭ для двух различных атомных часов, а не их полные значения. Преимущество – в отсутствии сложностей, связанных с передачей сигнала, т.к. все сравниваемые часы, как правило, находятся в одной лаборатории, или удалены друг от друга на не слишком большие расстояния (сотни километров).

### 1.1.7 Эксперименты по измерению эффекта гравитационного замедления времени

Первые экспериментальные результаты по измерению эффекта гравитационного замедления времени были получены путем наблюдения смещения спектраль-

ных линий в гравитационном поле астрофизических объектов (Солнце, звезды в двойных системах). В 1925 году Адамс впервые измерил эффект для белого карлика Сириус В, полученный результат находился в хорошем согласии с предсказанием ОТО [54]. Данный результат, однако, сразу вызвал сомнения из-за трудностей определения массы и радиуса звезды, а также анализа спектров. Более поздние измерения установили, что полученный Адамсом результат, действительно, меньше истинного в 4 раза [55]. Измерения гравитационного смещения линий атомов в спектре Солнца также долгое время испытывали трудности с отделением гравитационного эффекта от кинематического, связанного с движением вещества в солнечной фотосфере. В настоящее время измерение эффекта данным методом считается достаточно надежным и было проведено по наблюдениям за солнечными хромосферными линиями кислорода с точностью 1% [56].

Первое надежное измерение эффекта гравитационного красного смещения было проведено в серии экспериментов, выполненных Паундом, Ребкой и Снайдером в 1960–1965 годах [3, 57], в которых измерялся сдвиг частоты  $\gamma$ -квантов, излучаемых изотопом железа  $^{57}\text{Fe}$  при их распространении в 22.6-метровой башне Гарвардского университета. Высокая точность эксперимента, составившая в итоге 1%, была достигнута благодаря использованию узких мессбауэровских резонансных линий.

Развитие измерительной техники и создание стандартов частоты сверхвысокой стабильности – как в наземном, так и в бортовом исполнении – позволили многократно увеличить точность измерения эффекта. До недавнего времени наилучшая точность измерения гравитационного замедления времени была получена в эксперименте Gravity Probe A [4], в котором сравнивались частоты двух водородных мазеров – наземного и установленного на борту зонда, запущенного по баллистической траектории на высоту 10 тыс. км над поверхностью Земли. Применение оригинальной радиотехнической схемы компенсации релятивистского эффекта Доплера, шумов тропосферы и ионосферы, основанной на использовании двух одновременно функционирующих линий связи, позволила подтвердить предсказание Эйнштейна с точностью  $1.4 \times 10^{-4}$  [58].

Самые точные на сегодняшний день результаты по измерению гравитационного замедления времени считаются полученными в рамках эксперимента GREAT (Galileo gravitational Redshift test with Eccentric sATellites), выполненного с помощью навигационных спутников Galileo 5 и 6 [5, 6]. Данные спутники оборудованы пассивными водородными стандартами частоты и являются частью европейской глобальной навигационной спутниковой системы Galileo. В силу возникшей при их запуске ошибки они были выведены на эллиптические орбиты вместо круговых, что и сделало возможным проведение эксперимента. В настоящее время эксцентриситет орбит составляет 0.16, что соответствует величине модуляции гравитационного красного смещения  $\Delta f_{grav}/f \approx 1 \times 10^{-10}$ . Нестабильность частоты водородных атомных часов, используемых в эксперименте, составляет  $\sim 10^{-14}$  (для относительной частоты  $\Delta f/f$ ) на временах

усреднения порядка периода орбиты  $T = 12.94$  часов. Отсутствие схемы компенсации нерелятивистского эффекта Доплера потребовало высокой точности восстановления орбиты спутников. Данная проблема была решена путем использования специальных лазерных дальнометрических измерений. Аккуратное моделирование систематических эффектов и длительное накопление информации позволяет авторам эксперимента утверждать о достижении точности измерения на уровне  $\sim 3 \times 10^{-5}$ .

С помощью космического аппарата «Спектр-Р» проекта «РадиоАстрон» был выполнен эксперимент по измерению эффекта гравитационного замедления времени, ожидаемая точность которого составляет  $\sim 10^{-5}$  [A2]. Основными его особенностям являются наличие схемы компенсации нерелятивистского эффекта Доплера, аналогичной использованной в Gravity Probe A, а также возможность длительного накопления данных. Более подробное описание данного эксперимента, выполненного при участии автора, представлено в разделе 1.4 и главе 3.

Эксперименты по измерению дифференциального эффекта гравитационного замедления времени, т.н. «нуль-редшифт» тесты (раздел 1.1.6), проводятся в большинстве ведущих метрологических лабораторий. Их точность на сегодняшний день достигла  $\sim 10^{-6}$  [10, 59].

Кратко остановимся на перспективах дальнейшего увеличения точности классических экспериментов по измерению эффекта гравитационного замедления времени. В эксперименте ACES (Atomic Clock Ensemble in Space) [60], реализуемом Европейским космическим агентством, планируется установка на Международную космическую станцию (МКС) пары атомных стандартов частоты и времени – водородного Н-мазера и цезиевого фонтана PHARAO. Запуск проекта несколько раз откладывался и в настоящее время планируется на 2022 г. Ожидается, что комбинированная шкала времени на основе этих двух стандартов будет обладать точностью и относительной стабильностью на уровне  $\sim 2 \times 10^{-16}$  на времена усреднения  $\sim 10^6$  с. Оценка точности эксперимента составляет  $(2-3) \times 10^{-6}$  [61]. К недостатку проекта следует отнести тот факт, что круговая орбита МКС позволяет измерять только полную величину эффекта гравитационного замедления времени и не позволяет измерять его модуляцию (которая практически отсутствует), что может привести к существенным систематическим ошибкам.

Два других проекта, нацеленные на достижение еще более высоких точностей измерения эффекта, – E-GRASP [9] и E-GRIP [62]. Основными задачами проекта E-GRASP является изучение гравитационного поля Земли. Благодаря эллиптической орбите с большим эксцентриситетом и планируемой установке на борт водородного стандарта частоты, проект предусматривает также измерение эффекта гравитационного замедления времени. Ожидаемая точность – лучше  $10^{-6}$ . Проект E-GRIP – специализированный проект по измерению эффекта гравитационного замедления времени с точностью  $10^{-6} - 10^{-7}$  с использованием одного околоземного спутника на эллиптической орбите, оборудованного водородным стандартом частоты. Планируется проводить измерения эффекта как

в поле Земли с указанной выше точностью, так и Солнца (ожидаемая точность  $5 \times 10^{-5}$ ) и Луны ( $1 \times 10^{-2}$ ).

## 1.2 Оценка точности экспериментов по проверке ЭПЭ, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени

Настоящий раздел посвящен изложению разработанного нами подхода к оценке точности наземно-космических и полностью космических экспериментов по проверке ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов [A5]. Предыдущие исследования подобного рода использовали приблизительные оценки, основанные на аллановской дисперсии относительной частоты часов либо исходили из других упрощающих предположений о характере их шума, а также не учитывали нарушающие ЭПЭ вклады Солнца и Луны в эффект гравитационного замедления времени [4, 5, 6]. Разработанный нами аналитический подход, основанный на методе максимального правдоподобия и неравенстве Крамера-Рао, использует полную информацию о шумовых характеристиках часов, содержащуюся в спектральной плотности мощности шума в их выходном сигнале, и применим как к белому, так и окрашенному шуму. Кроме того, наша модель учитывает нарушающие ЭПЭ вклады в эффект гравитационного замедления времени от Солнца, Луны и планет и применима к многопараметрическим моделям нарушения ЭПЭ.

### 1.2.1 Модель эксперимента

В простейшем случае слабого статического гравитационного поля и одного параметра нарушения ЭПЭ выражение для гравитационного сдвига частоты сигнала, посылаемого одними часами и принимаемого другими, имеет вид:

$$\frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} = (1 + \varepsilon) \frac{\Delta U}{c^2}. \quad (1.17)$$

где  $\Delta f_{\text{grav}}/f$  – относительное смещение частоты,  $\Delta U$  – гравитационная разность потенциалов между часами,  $c$  – скорость света,  $\varepsilon$  – параметр нарушения ЭПЭ [1]. Существенного отклонения параметра  $\varepsilon$  от нуля на сегодняшний день не обнаружено при точности измерений  $\sim 10^{-5}$  [4, 5, 6, 63].

Уравнение (1.17) представляет собой простейший способ проявления нарушения ЭПЭ в экспериментах по измерению эффекта гравитационного смещения частоты сигналов. Однако, необходимо учитывать возможность того, что  $\varepsilon$  может зависеть от типа источника гравитационного поля, например, отношения количества протонов к нейтронам в нем, а также типа квантового перехода, используемого в часах (ядерного, оптического и т. д.) [2]. Более того, недавно было показано, что для экспериментов в околоземном пространстве, несмотря

на то, что все участвующие в эксперименте часы свободно падают вместе с Землей в гравитационном поле внешних тел (Солнца, Луны и т.д.), выражение для эффекта гравитационного замедления времени (или смещения частоты сигналов, которыми они обмениваются) должно включать нарушающий ЭПЭ вклад этих внешних тел [53]. Поэтому для экспериментов в околоземном пространстве наиболее общее уравнение для гравитационного смещения частоты имеет следующий вид:

$$\frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} = \frac{U_{\text{E}}^{(1)} - U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \frac{\varepsilon_{\text{E}}^{(1)} U_{\text{E}}^{(1)} - \varepsilon_{\text{E}}^{(2)} U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \frac{\varepsilon_{\text{S}}^{(1)} U_{\text{S}}^{(1)} - \varepsilon_{\text{S}}^{(2)} U_{\text{S}}^{(2)}}{c^2} + \frac{\varepsilon_{\text{M}}^{(1)} U_{\text{M}}^{(1)} - \varepsilon_{\text{M}}^{(2)} U_{\text{M}}^{(2)}}{c^2} + \dots, \quad (1.18)$$

где верхний индекс обозначает часы, а нижний – источники гравитационного поля: E для Земли, S для Солнца, M для Луны, и многоточие обозначает аналогичные слагаемые для других массивных тел Солнечной системы.

Далее мы ограничим рассмотрение случаем, когда все параметры нарушения ЭПЭ в (1.18) равны, а используемые в эксперименте часы идентичны. Кроме того, мы допускаем сдвиг частоты между двумя часами, но предполагаем его постоянным, то есть считаем, что дрейфом частоты можно пренебречь. Это предположение обычно справедливо для цезиевых и оптических часов при постоянных условиях окружающей среды. Для водородных мазеров и рубидиевых часов это предположение обычно неверно, и в таком случае модель следует дополнить слагаемыми, которые линейно и, возможно, квадратично зависят от времени. Реализовать это достаточно просто, но в рассматриваемой нами упрощенной модели в этом нет необходимости. При сделанных предположениях для гравитационного смещения частоты сигнала, синхронизированного по одним часам, посланного в направлении вторых и сравниваемого с сигналом вторых часов в месте их расположения, имеем:

$$\frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} = \frac{U_{\text{E}}^{(1)} - U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \varepsilon \left( \frac{U_{\text{E}}^{(1)} - U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \frac{U_{\text{S}}^{(1)} - U_{\text{S}}^{(2)}}{c^2} + \frac{U_{\text{M}}^{(1)} - U_{\text{M}}^{(2)}}{c^2} + \dots \right) + \Delta f_0 + n(t), \quad (1.19)$$

где  $\varepsilon$  – параметр нарушения ЭПЭ, который необходимо определить,  $\Delta f_0$  – неизвестное смещение частоты между двумя часами (неинформативный параметр),  $n(t)$  – случайный процесс, который характеризует флуктуации относительной частоты двух часов,  $t$  – координатное время. Заметим, что выражение (1.19) представляет собой лишь ту часть смещения частоты сигнала, которая вызвана гравитацией. В реальном эксперименте необходимо учитывать и другие вклады в смещение частоты передаваемых сигналов, например, за счет движения часов.

Уравнение (1.19) составляет нашу модель эксперимента. Далее необходимо конкретизировать шумовой процесс  $n(t)$  и траектории часов (орбиты спутников для бортовых часов и положение станций слежения для наземных). В дальнейшем в качестве примера мы будем использовать следующие три типа атомных



Таблица 1.1: Спектральная плотность мощности (СПМ) флуктуаций относительной частоты,  $\Delta f/f$ , выходного сигнала часов. Численные значения параметров подобраны на основе критерия близости соответствующих кривых аллановской девиации частоты доступным спецификациям часов.

Часы	СПМ
ВЧ-1010	$1.5 \times 10^{-26} f^0 + 7.0 \times 10^{-31} f^{-1} + 3.5 \times 10^{-35} f^{-2}$
PHARAO	$5.0 \times 10^{-27} f^0 + 7.5 \times 10^{-33} f^{-1}$
JILA SrI	$2.0 \times 10^{-31} f^0 + 2.1 \times 10^{-36} f^{-1}$

часов: бортовой водородный мазерный стандарт частоты ВЧ-1010 космического аппарата РадиоАстрон [A2], цезиевые фонтанные часы PHARAO эксперимента ACES, которые планируется установить на Международной космической станции [7] и лабораторные стронциевые часы JILA SrI [64]. В Таблице 1.1 приведены выражения для спектральной плотности мощности (СПМ) относительных флуктуаций частоты выходного сигнала этих часов, которые мы определили по доступным спецификациям часов. Последние обычно содержат информацию о типах шумов, присутствующих в выходном сигнале, и их аллановскую дисперсию или девиацию (ADEV). В общем случае восстановить СПМ по заданной аллановской девиации невозможно. Однако, для смеси белого ( $f^0$ ), фликкера ( $f^{-1}$ ) и броуновского ( $f^{-2}$ ) шума эта процедура возможна и является однозначной. Графики аллановской девиации, соответствующие значениям СПМ шумов, приведенным в Таблице 1.1, представлены на Рис. 1.1. Траектории часов будут нами заданы позднее при рассмотрении двух примеров конкретных конфигураций эксперимента (разделы 1.3 и 1.4).

### 1.2.2 Способ оценки параметров нарушения ЭПЭ

Для заданных параметров шума часов, фиксированных орбит спутников и времени накопления задача оценки параметра  $\varepsilon$  является линейной гауссовой и может быть решена, например, по методу максимального правдоподобия [65]. Этот подход требует знания ковариационных матриц, соответствующих цветным шумам.

Далее мы приводим явные выражения для этих ковариационных матриц, которые получены нами, следуя [66], однако, без использования нормировочных коэффициентов, пригодных для геодезических приложений. Поскольку шумы  $f^{-1}$  и  $f^{-2}$  являются нестационарными, амплитуды соответствующих ковариационных матриц зависят от определения СПМ,  $S(f)$ . Мы используем определение, которое включает свертку с окном Ганна [67]. В частности, для случайного процесса  $x(t)$  имеем:

$$X(f) = \int_0^T \sin^2(\pi t/T) x(t) e^{-2\pi i t} dt, \quad (1.20)$$

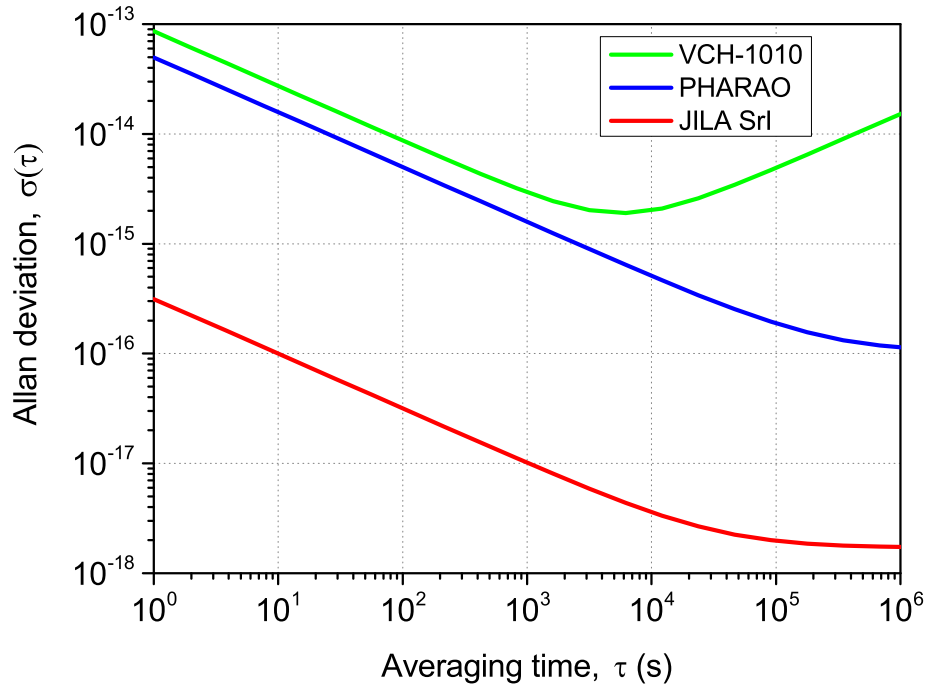


Рис. 1.1: Аллановская девиация частоты (ADEV) трех часов: водородного мазера ВЧ-1010 (VCH-1010), цезиевого фонтана PHARAO (оба существуют в бортовом исполнении) и оптических лабораторных часов JILA SrI. Данные ADEV вычислены на основе СПМ часов, приведенным в Таблице 1.1, и соответствуют техническим характеристикам часов. Рост аллановской девиации водородного мазера ВЧ-1010 на больших временах усреднения происходит из-за броуновского шума. По горизонтальной оси – время усреднения (с), по вертикальной – аллановская девиация относительной частоты.

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{8}{3} |X(f)|^2. \quad (1.21)$$

При таком определении ковариационные матрицы  $C_{ij}^\alpha$  для СПМ шума  $f^\alpha$  записываются в следующем виде:

$$C_{ij}^0 = \Delta t^{-1} \delta_{ij}, \quad (1.22)$$

$$C_{ij}^{-1} = 2\pi \sum_{m=1}^i \phi_m \phi_{i-j+m}, \quad \phi_m = \frac{\Gamma(m+1/2)}{m! \Gamma(1/2)}, \quad (1.23)$$

$$C_{ij}^{-2} = (2\pi)^2 \Delta t \min(i, j), \quad (1.24)$$

где  $\Delta t$  – интервал дискретизации,  $\delta_{ij}$  – единичная матрица.

Наша модель измерений включает в себя два неслучайных неизвестных параметра: параметр нарушения ЭПЭ  $\varepsilon$  (информативный параметр) и постоянную разность частот часов  $\Delta f_0$  (неинформативный параметр). Последняя, как видно далее, влияет на результаты оценки  $\varepsilon$  лишь на временах накопления порядка одного орбитального периода. Точность оценки, которую будем характеризовать с помощью стандартного отклонения  $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\langle \delta \varepsilon^2 \rangle}$ , может быть оценена с помощью неравенства Крамера-Рао [65].

Таблица 1.2: Значения фиксированных параметров орбит спутников на эпоху 01.01.2030 00:00:00 UTC.

Параметр орбиты	Спутник 1	Спутник 2
Наклонение	0 град	0 град
Перигей	7,500 км	7,500 км
Долгота восходящего узла	0 град	0 град
Аргумент перицентра	0 град	180 град
Средняя аномалия	0 град	180 град

### 1.3 Эксперимент с двумя космическими аппаратами на околоземной орбите

В проведенных до сих пор экспериментах по измерению эффекта гравитационного замедления времени одни из часов находились на борту спутника, а другие – на наземной станции (Gravity Probe A [4], GREAT [5, 6], РадиоАстрон [A2]). Планируемый эксперимент ACES также основан на этом подходе [7]. Принципиальным недостатком данной схемы является то, что стабильность и точность синхронизированных по стандартам частоты сигналов ухудшаются при их распространении через атмосферу Земли. Дополнительным крайне трудно устранимым источником шумов являются механические шумы наземной антенны. Был разработан ряд подходов для уменьшения этих эффектов, основанных на использовании нескольких каналов связи со спутником, но полное их устранение не представляется возможным [68, 69]. Очевидным решением этой проблемы является использование двух космических аппаратов вместо одного, каждый из которых оснащен высокостабильными часами. Мы ограничимся рассмотрением задачи определения максимально возможной точности такого эксперимента и определения соответствующей конфигурации орбит для практически важного случая, когда оба космических аппарата являются спутниками Земли.

#### 1.3.1 Выбор конфигурации орбит

Мы будем считать орбиты спутников кеплеровыми. Это исключает из нашего анализа низкие околоземные орбиты, поскольку в этом случае необходимо учитывать влияние на орбиты атмосферного трения. Такое ограничение можно считать обоснованным, поскольку сама идея эксперимента с двумя спутниками состоит в том, чтобы избежать передачи сигналов через атмосферу. Далее, мы исключим из рассмотрения случай высоких околоземных орбит. Большой класс таких орбит требует учета гравитационного притяжения Луны, поэтому соответствующие орбиты не будут кеплеровыми. Более того, как будет видно из дальнейшего, для орбит с периодами больше  $\sim 1$  дня точность эксперимен-

та снижается. Также мы игнорируем давление солнечного излучения и другие негравитационные силы, которые влияют на движение спутников. Таким образом, каждая из рассматриваемого нами класса орбит может быть охарактеризована набором 6 кеплеровых элементов, и точность эксперимента  $\sigma_\epsilon$  оказывается зависящей от 12 параметров.

Далее, ограничимся рассмотрением подпространства этого 12-мерного пространства параметров, которое соответствует орбитам двух спутников с равными периодами и перигеями (апогеи, следовательно, также будут равны). В этом случае, чтобы максимизировать амплитуду модуляции эффекта гравитационного смещения частоты, нам нужно рассматривать только такие пары орбит, для которых моменты прохождения перигея одним спутником совпадают с прохождениями апогея другим. Кроме того, поскольку мы не рассматриваем высокие околоземные орбиты, члены, связанные с Солнцем, Луной и другими планетами в (1.18) оказываются на несколько порядков меньше тех, которые относятся к Земле. Таким образом, зависимость точности эксперимента от наклона, долготы восходящего узла и аргумента перицентра орбит будет мала, и мы ею пренебрежем. Среднюю аномалию для одного из спутников можно выбрать произвольно, мы установили ее равной  $0^\circ$ . Тогда для другого спутника она должна быть выбрана равной  $180^\circ$ , чтобы реализовать желаемую синхронность прохождения перигея одним спутником и апогея – другим. С учетом сделанных предположений эпоха для элементов может быть выбрана произвольно, и мы выбрали для нее 01.01.2030 00:00:00 UTC.

Проведенные рассуждения позволили нам сократить исследуемую область пространства параметров, от которых зависит  $\sigma_\epsilon$ , до двух, – перигея и периода, одинаковых для обеих орбит. Легко видеть, однако, что для достижения максимальной модуляции полезного гравитационного эффекта высота перигеев должна быть выбрана минимально возможной. Действительно, для кеплеровых орбит имеют место соотношения:

$$r_p = (1 - e)a, \quad r_a = (1 + e)a, \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3, \quad (1.25)$$

где  $r_p$  и  $r_a$  – радиусы перицентра и апоцентра,  $T$  – период орбиты,  $a$  – большая полуось,  $GM$  – гравитационный параметр. Отсюда видно, что при каждом фиксированном значении периода  $T$  модуляция разности гравитационных потенциалов будет максимальной в том случае, когда перигей  $r_p$  минимален. Выберем перигей равным 7500 км, так чтобы спутники не входили в атмосферу Земли. Выбранная конфигурация орбит изображена на Рис. 1.2. Очевидно, она обеспечивает непрерывную связь между спутниками, причем пути распространения сигналов не проходят сквозь атмосферу Земли.

Таким образом, пять параметров каждой из орбит оказываются фиксированными согласно Таблице 1.2, и нам остается исследовать зависимость точности эксперимента лишь от периода, одинакового для обеих орбит. Ограничимся интервалом значений периодов от 2 до 24 ч. При меньших значениях периода

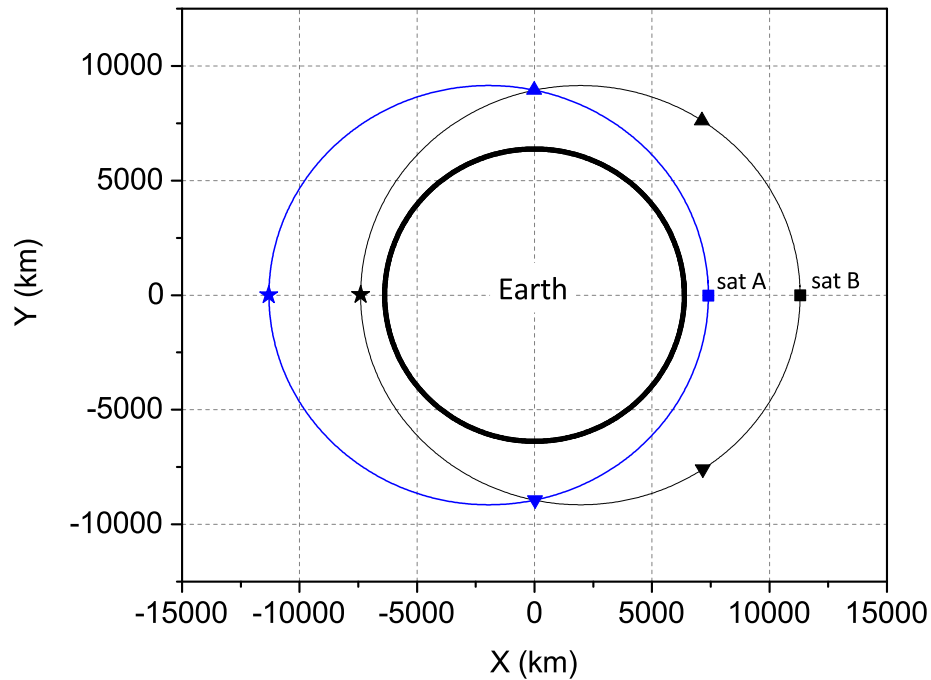


Рис. 1.2: Конфигурация эксперимента по проверке ЭПЭ с двумя спутниками, которая соответствует параметрам орбиты, указанным в Таблице 1.2, и периоду 2.5 ч. Одинаковые символы отмечают одновременные положения двух космических аппаратов. Очевидна возможность непрерывной прямой связи между спутниками. По обеим осям – расстояние по соответствующей оси до центра Земли (км).

и выбранной высоте перигея кеплеровы орбиты не существуют, а при больших периодах, как видно из представленных ниже результатов, точность эксперимента снижается. (Последнее также оправдывает наш отказ от рассмотрения высоких эллиптических орбит.) Время накопления выберем равным 3 годам, что можно считать реалистическим для космического эксперимента.

### 1.3.2 Оценка точности эксперимента

Результаты расчетов точности эксперимента для каждого из рассматриваемых типов часов, выполненные с помощью описанной выше методики (раздел 1.2.2), представлены на Рис. 1.3. Для двух рассматриваемых нами часов, ВЧ-1010 и PHARAO, эксперимент в оптимальной конфигурации позволяет достичь точности, соответственно,  $1.3 \times 10^{-7}$  и  $4.9 \times 10^{-8}$ . Для возможного эксперимента с бортовыми часами, обладающими параметрами лабораторных часов JILA SrI, точность составляет  $3.3 \times 10^{-10}$ . Для сравнения, лучшие на сегодня результаты наземно-космических экспериментов составляют:  $1.4 \times 10^{-4}$  для Gravity Probe A [4] и  $2.5 \times 10^{-5} - 3.1 \times 10^{-5}$  для GREAT [5, 6].

Для каждого из рассмотренных нами типов часов существует оптимальное значение периода орбит спутников. Отклонения от этого значения порядка нескольких часов существенно не влияют на точность эксперимента. Однако, для орбит с периодами порядка 1 сут точность существенно снижается: в 2.3 раза для ВЧ-1010, в 1.5 для PHARAO и в 1.7 для JILA SrI. Наибольшее снижение точности имеет место для водородных мазерных часов ВЧ-1010, что связано

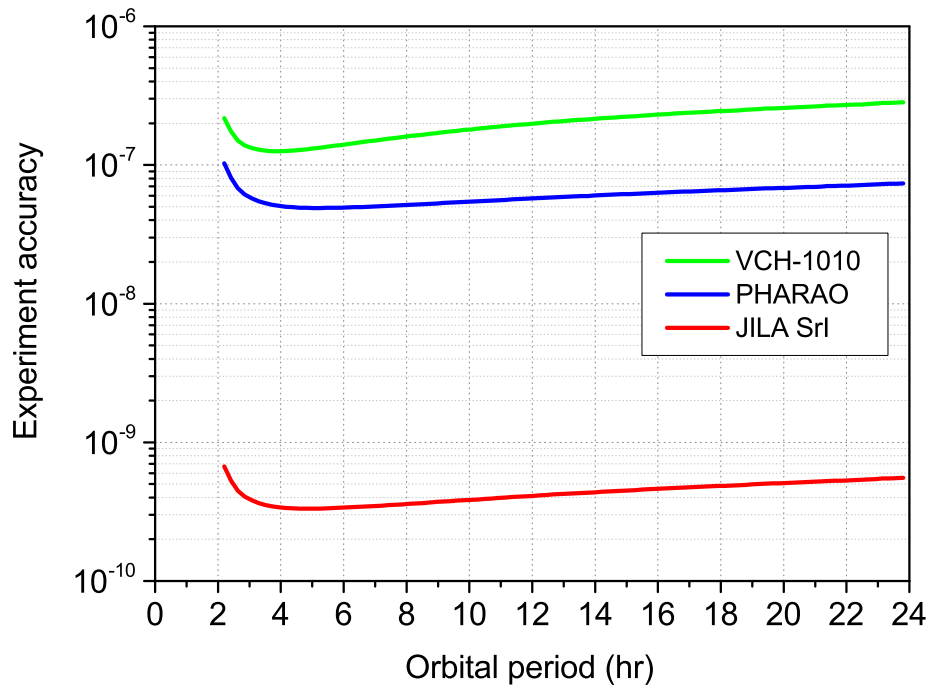


Рис. 1.3: Точность эксперимента по проверке ЭПЭ с двумя спутниками на околоземной орбите в зависимости от периода орбит. Периоды двух спутников идентичны, значения остальных пяти элементов орбит фиксированы согласно Таблице 1.2. Рассмотрены три типа часов: водородный мазер ВЧ-1010 (VCH-1010), цезиевые часы PHARAO (имеются бортовые образцы) и JILA Srl (лабораторные часы). Продолжительность эксперимента 3 года. По горизонтальной оси – период орбит спутников (ч), по вертикальной – точность измерения параметра нарушения ЭПЭ  $\varepsilon$ .

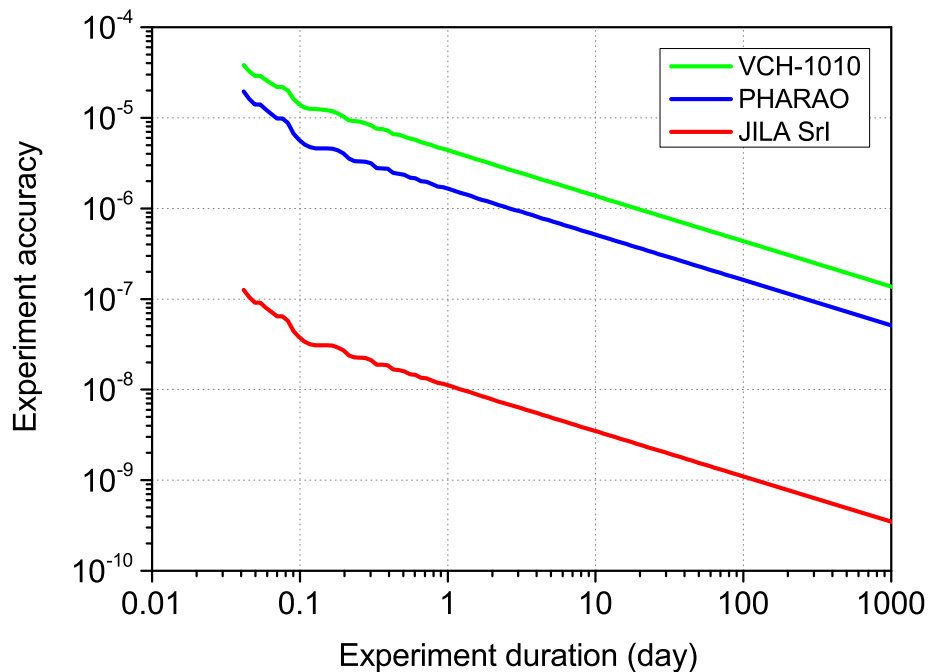


Рис. 1.4: Точность эксперимента по проверке ЭПЭ с двумя спутниками на околоземной орбите в зависимости от времени накопления данных. Периоды орбит двух спутников составляют 5 часов, значения остальных пяти элементов орбит фиксированы согласно Таблице 1.2. Пояснения к легенде см. в подписи к Рис. 1.3. По горизонтальной оси – продолжительность эксперимента (дни), по вертикальной – точность измерения параметра нарушения ЭПЭ  $\varepsilon$ .

с наличием в их сигнале броуновского шума, интенсивность которого быстро растет на больших временах усреднения.

Наличие оптимального периода орбит  $T \sim 3\text{--}5$  ч для современных атомных часов представляется характерной чертой рассматриваемого типа эксперимента. Действительно, с одной стороны, для повышения точности эксперимента желательно увеличивать модуляцию гравитационного потенциала. Однако, при фиксированном перигее увеличение модуляции гравитационного потенциала подразумевает увеличение периода и, следовательно, меньшее количество «повторений» эксперимента за заданный промежуток времени. Для апогея  $\gtrsim 50\,000$  км, разность гравитационных потенциалов между перигеем и апогеем становится почти постоянной, а шум часов увеличивается как  $T^{1/2}$  (ВЧ-1010 и другие водородные мазеры) или уменьшается по закону  $T^{-1/2}$ , пока не достигнет уровня, определяемого фликкер-шумом (PHARAO, JILA SrI и другие цезиевые и оптические часы). В совокупности это приводит к снижению точности эксперимента при увеличении периода орбиты. С другой стороны, для малых периодов количество «повторений» эксперимента за фиксированный интервал времени увеличивается. Но это также приводит к уменьшению модуляции гравитационного потенциала, как  $T^{2/3}$  для малых  $T$  (1.25). Шум часов также увеличивается на малых временах усреднения из-за его белой компоненты, как  $T^{-1/2}$ . В итоге, снова имеем снижение точности эксперимента для малых периодов орбит. Следовательно, при некотором промежуточном значении периода с необходимостью должен существовать минимум  $\sigma_\varepsilon$ .

Зависимость точности эксперимента от времени накопления представлена на Рис. 1.4 для орбит с фиксированным периодом 5 ч. Как и следовало ожидать, при больших временах накопления  $t$  погрешность оценки  $\varepsilon$  снижается по закону  $t^{-1/2}$ . При малых временах накопления наблюдаются значительные отклонения от этого закона. Это объясняется несинусоидальной формой гравитационного сигнала, а также тем фактом, что для времен накопления порядка орбитального периода ошибки оценок  $\varepsilon$  и  $\Delta f_0$  коррелированы.

При практической реализации подобного эксперимента необходимо учитывать, что смещение частоты передаваемых сигналов происходит также за счет ряда других эффектов, связанных с движением спутника, средой распространения сигналов, инструментальными эффектами и т. д. Наибольший вклад в смещение частоты связан с нерелятивистским эффектом Доплера, который, как правило, невозможно достаточно точно рассчитать с помощью данных об орбите космического аппарата. Действительно, если скорость КА определена с точностью  $\delta v \sim 0.05$  мм/с (здесь и везде далее в подобных случаях подразумевается погрешность  $1\sigma$ ) [70], то точность расчета нерелятивистского эффекта Доплера составляет  $\delta v/c \sim 1.7 \times 10^{-13}$  в терминах относительного смещения частоты. Такой точности было недостаточно уже для эксперимента Gravity Probe A [1]. Поэтому обычно необходимо использовать какую-либо схему компенсации нерелятивистского эффекта Доплера, например, такую, как в экспериментах Gravity Probe A или с КА РадиоАстрон [A2]. (В эксперименте GREAT компен-

сационная схема не применялась, а требуемая точность определения орбиты была достигнута путем слежения за спутниками с помощью большого количества наземных станций, а также лазерной дальнометрии.) Такие компенсационные схемы, однако, не приводят к компенсации кинематических эффектов второго и более высокого порядка по скорости КА, и их необходимо вычислять с помощью орбитальных данных [A2]. Для рассмотренных нами орбит точность вычисления вклада этих эффектов составляет  $\sim \delta v v/c^2 \sim 5 \times 10^{-18}$  при точности определения скорости КА  $\delta v \sim 0,05$  мм/с. Этого достаточно для часов ВЧ-1010 и PHARAO, но не для часов JILA SrI. Для последних требуется увеличение доступной на сегодня точности определения скорости КА в 5–10 раз. Другим возможным источником ошибок является погрешность расчета значений гравитационного потенциала. Для спутника на орбите с перигеем  $> 7500$  км и точности определения его координат  $\sim 1$  см [71] ошибка расчета гравитационного потенциала  $U/c^2$  составляет  $\lesssim 8 \times 10^{-19}$ . Данная точность достаточна для всех рассмотренных нами типов часов.

## 1.4 Эксперимент с космическим аппаратом РадиоАстрон

В настоящем разделе представлены результаты применения разработанного нами в разделе 1.2 математического аппарата к случаю КА РадиоАстрон. Предварительно приведено краткое описание особенностей КА и проекта РадиоАстрон в целом, которые существенны для эксперимента по проверке ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени.

### 1.4.1 Проект РадиоАстрон

«РадиоАстрон» – международный проект по проведению фундаментальных исследований астрофизических радиоисточников по методу космической радиointерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) [11]. Проект был разработан под руководством Астрокосмического центра ФИАН, а основной его элемент – КА «Спектр-Р» с 10-метровым радиотелескопом на борту – создан НПО им. С.А.Лавочкина. (В качестве названия КА вместо «Спектр-Р» часто используется название самого проекта – практика, который следуем и мы в настоящей работе.) Высокоэллиптическая околоземная орбита КА «Спектр-Р», эволюционирующая вследствие гравитационных возмущений Луны и Солнца, позволила проводить наблюдения на проекциях баз до 26 диаметров Земли и достичь за счет этого рекордного углового разрешения 8 мкс дуги [72]. Также в рамках проекта было получено множество других результатов, имеющих принципиальное значение для понимания физики таких астрофизических объектов, как квазары, пульсары, мазеры и межзвездная среда [73, 74, 75]. В 2019 году КА перестал отвечать на команды, и наблюдательная часть проекта была завершена.



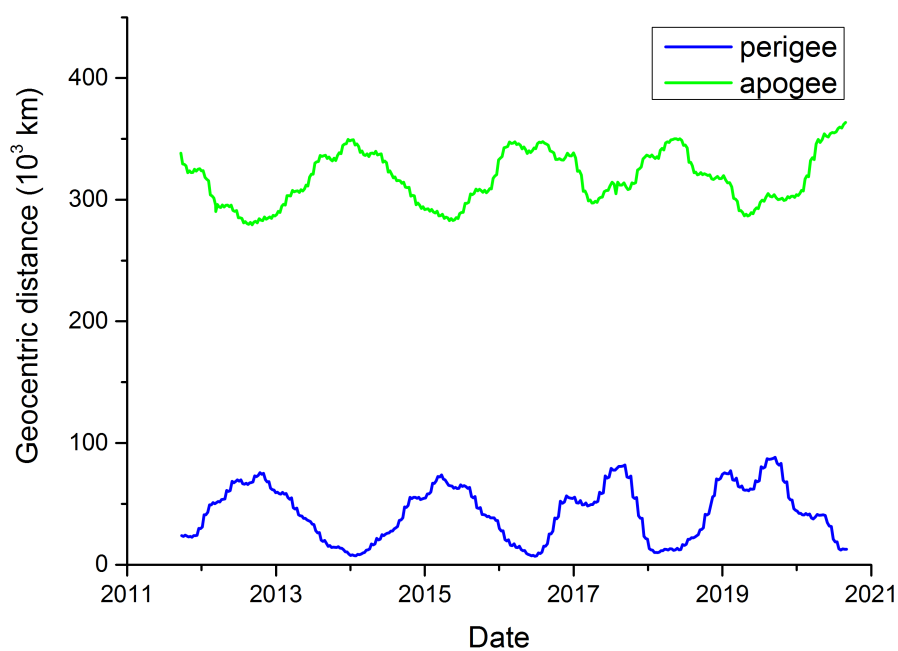


Рис. 1.5: Эволюция апогея и перигея орбиты КА РадиоАстрон. По горизонтальной оси – дата (год), по вертикальной – радиусы перигея (perigee) и апогея (apogee) (тыс. км).

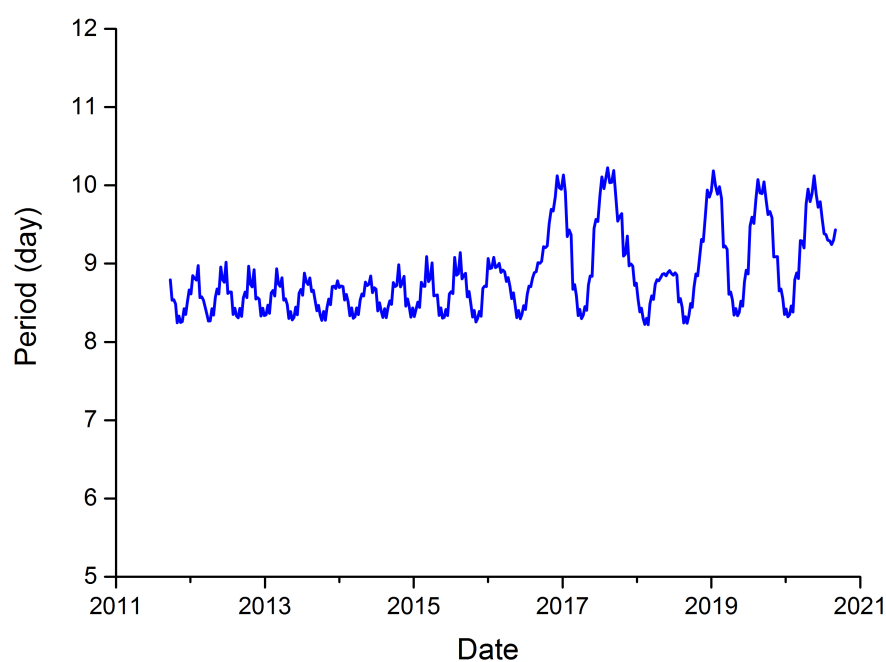


Рис. 1.6: Эволюция периода орбиты КА РадиоАстрон. Нерегулярное поведение периода летом 2018 г. связано с проведенной коррекцией орбиты. По горизонтальной оси – дата (год), по вертикальной – период (дни).

Спутник находится на вытянутой эллиптической орбите, конфигурация которой претерпевает значительные изменения за счет гравитационного притяжения Луны, а также ряда других факторов (высота перигея колеблется в диапазоне 1 000–80 000 км, высота апогея 270 000–370 000 км, период 8–11 сут, Рис. 1.5 и 1.6). Существенной особенностью КА являлось наличие на борту сверхстабильного водородного стандарта частоты ВЧ-1010. Кривая аллановской девиации частоты данного стандарта, являющаяся мерой стабильности

частоты его выходного сигнала, приведена на Рис. 1.1 (см. также Таблицу 1.1).



Рис. 1.7: Компоновка космического радиотелескопа РадиоАстрон [11].

Для передачи большого объема научных данных КА был оснащен 1.5-метровой остронаправленной антенной, приемником 7.2 ГГц и передатчиками 8.4 и 15 ГГц (Рис. 1.7). Таким образом, имелась возможность проведения сеансов односторонней и двухсторонней (режим замкнутой петли) связи с наземными станциями слежения проекта: Пушино (Московская область, Россия) и Грин Бенк (Западная Виргиния, США). Благодаря использованию стандартных частот (8.4 ГГц и, в меньшей степени, 15 ГГц) имелась возможность проведения сеансов доплеровского слежения за КА с помощью большого числа наземных радиотелескопов. Более подробно возможности бортового радиокomплекса КА описаны в разделе 3.3.

Благодаря описанным выше особенностям – вытянутой орбите, сверхстабильному водородному стандарту, а также возможности компенсации нерелятивистского эффекта Доплера (раздел 3.3) – КА РадиоАстрон оказался уникальным инструментом для проверки ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени. Эксперимент по осуществлению данной проверки был введен в научную программу проекта «РадиоАстрон» как дополнение к его основной радиоинтерферометрической части. В рамках эксперимента было про-

ведено 246 сеансов доплеровского слежения за КА с помощью антенн станций слежения проекта, а также дополнительных наземных радиотелескопов (см. главу 3). Обработка данных этих специализированных сеансов на настоящий момент продолжается. Ожидаемая точности эксперимента по результатам их обработки составляет  $\sim 10^{-5}$  [A2].

#### 1.4.2 Оценка точности эксперимента

В настоящем разделе мы приводим результаты оценки точности эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени с КА РадиоАстрон, используя разработанный в разделе 1.2.2 метод. Как отмечено в предыдущем разделе, орбита РадиоАстрона не является кеплеровой и сильно эволюционирует. Для анализа нами был выбран отрезок 01.01.2014–01.01.2015, в начале которого орбита имела конфигурацию с низким перигеем (высота перигея  $\sim 1000$  км), а в конце – с высоким (соответственно,  $\sim 50\,000$  км). Для расчетов мы использовали долгосрочную предсказанную орбиту, рассчитанную баллистическим центром ИПМ им. М.В. Келдыша [76]. В качестве наземной станции мы выбрали наземную станцию слежения Грин Бенк, геодезические координаты которой составляют: широта  $+38^{\circ}26'16.166''$ , долгота  $-79^{\circ}50'08.810''$  и высота 812.50 м [77]. Для характеристики шума бортовых и наземных часов мы использовали параметры бортового стандарта КА РадиоАстрон ВЧ-1010 (Таблица 1.1). (Водородный мазер наземной станции фактически имел несколько лучшие характеристики.) Для простоты ограничения по видимости спутника не учитывались. Реальная видимость спутника в рассматриваемый промежуток времени была примерно вдвое меньше.

Зависимость точности данного эксперимента от времени накопления для интервала 01.01.2014 – 01.01.2015 представлена на Рис. 1.8. На временах порядка 1 года точность эксперимента достигает  $5.1 \times 10^{-6}$ , что более чем на порядок ниже, чем у рассмотренного выше полностью космического эксперимента с теми же часами и тем же временем накопления (Рис. 1.4). На больших временах накопления зависимость точности эксперимента от времени существенно отклоняется от закона  $t^{-1/2}$ , что связано со значительной эволюцией орбиты. Также отметим низкую точность эксперимента на временах накопления  $\sim 1$  сут. Это объясняется коррелированностью ошибок оценок  $\varepsilon$  и  $\Delta f_0$  для данных времен накопления, что, в свою очередь, связано с импульсной формой гравитационного сигнала.

Отметим еще раз, что полученная оценка не учитывает ограничений по видимости спутника и предполагает непрерывное накопление данных. Таким образом, она представляет собой верхнюю границу точности эксперимента по проверке ЭПЭ с КА РадиоАстрон на рассмотренном интервале наблюдений. Данная оценка согласуется по порядку величины с полученной нами ранее приближительной оценкой,  $\sigma_{\varepsilon} \sim 2 \times 10^{-6}$ , полученной на основе аллановской девиации бортового водородного стандарта КА и также в предположении о непрерыв-

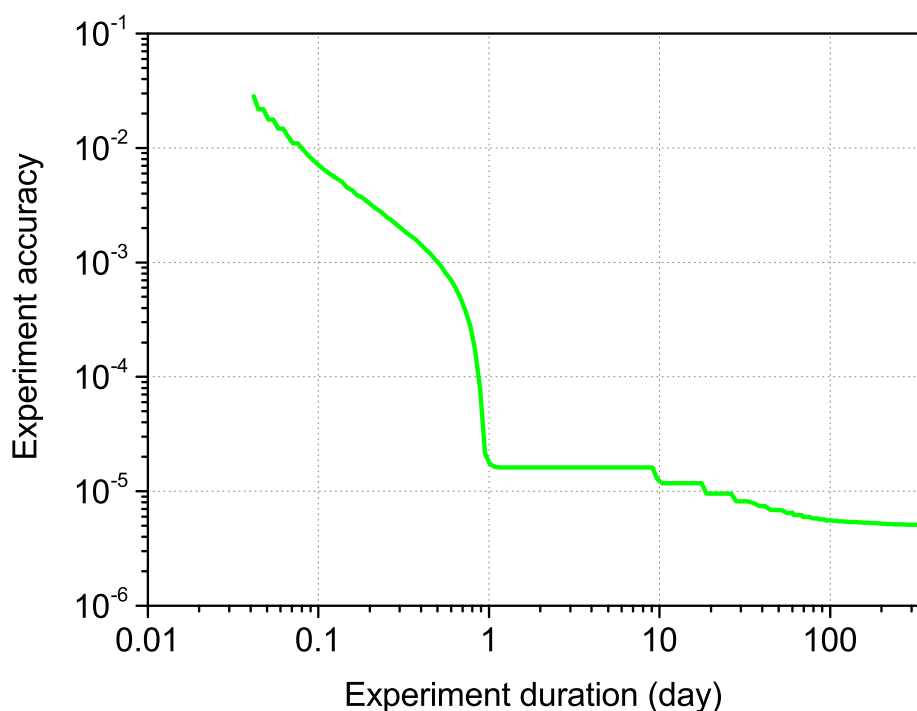


Рис. 1.8: Точность наземно-космического эксперимента по измерению эффекта гравитационного красного смещения со спутником РадиоАстрон и наземной станцией Грин Бенк в зависимости от времени накопления. Оценка выполнена для интервала 01.01.2014–01.01.2015 в предположении непрерывного накопления данных. Начало интервала соответствует конфигурации орбиты с низким перигеем, конец – с высоким перигеем. По горизонтальной оси – время накопления (дни), по вертикальной – точность эксперимента.

ной видимости КА [A1]. Обработка фактически собранных экспериментальных данных специализированных гравитационных сеансов доплеровского слежения за КА РадиоАстрон на момент написания данной работы продолжается. Ожидаемая точность эксперимента по результатам их обработки, оценка которой также была нами выполнена с использованием аллановской девиации частоты стандартов и разбиения проведенных сеансов наблюдений на независимые группы, составляет  $\sim 10^{-5}$  [A2].

## 1.5 Выводы

В данной главе представлен разработанный с участием автора математический аппарат для оценки точности экспериментов по проверке ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов, а также результаты его применения для двух случаев: возможного будущего эксперимента с двумя околоземными спутниками и эксперимента с КА РадиоАстрон. Получены следующие основные результаты:

1. Разработан способ оценки точности экспериментов по проверке ЭПЭ путем измерения гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов, основанный на методе максимального правдоподобия и неравенстве Крамера-Рао. Преимуществами подхода по сравнению с пред-

шественниками [4, 5, 6, 7] являются корректный учет окрашенных шумов часов, учет нарушающих ЭПЭ вкладов Солнца и Луны, а также применимость к случаю многопараметрических моделей нарушения ЭПЭ.

2. Разработана концепция эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени и проверке ЭПЭ с помощью двух околоземных спутников, оснащенных высокостабильными часами. Рассмотрены три типа бортовых часов (ВЧ-1010, PHARAO, JILA SrI). Для каждого из них определена оптимальная конфигурация орбит спутников. Для всех часов оптимальное значение периода орбиты составляет  $\sim 3\text{--}5$  ч. Показано, что для бортовых часов с характеристиками JILA SrI точность эксперимента может достичь  $3 \times 10^{-10}$  при накоплении данных в течение 3 лет. Это на 5 порядков лучше достигнутого на настоящий момент результата.
3. С помощью того же математического аппарата произведена оценка точности наземно-космического эксперимента с КА РадиоАстрон и наземной станции слежения Грин Бенк. Оценка выполнена в упрощающем предположении о непрерывной видимости КА и составила  $5.1 \times 10^{-6}$ , что согласуется с полученной ранее приблизительной оценкой,  $\sigma_\varepsilon \sim 2 \times 10^{-6}$ , полученной на основе аллановской девиации частоты бортового водородного стандарта КА [A1] (также в предположении о непрерывной видимости КА). Ожидаемая точность эксперимента по результатам обработки фактически собранных данных наблюдений, полученная с использованием аллановской девиации частоты стандартов, составляет  $\sim 10^{-5}$  [A2].

## Глава 2

# Эффект движения фазового центра антенны в высокоточных экспериментах по доплеровскому слежению за космическими аппаратами

Данная глава посвящена изложению полученных нами результатов исследования эффекта движения фазового центра (ДФЦ) остронаправленных зеркальных антенн применительно к высокоточным экспериментам по доплеровскому слежению за космическими аппаратами. Получены обобщенные уравнения для расчета эффекта ДФЦ остронаправленных зеркальных антенн, учитывающие возможные ошибки наведения. Рассмотрены случаи наземных и бортовых антенн, проанализированы ошибки учета данного эффекта. Полученные уравнения применены к случаю КА РадиоАстрон и возможного будущего проекта космической радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (КРСДБ). Существенным нашим результатом является также демонстрация компенсации эффекта ДФЦ при использовании компенсационной схемы Gravity Probe A. Получены уравнения, описывающие остаточный эффект ДФЦ. С их помощью показано, что для КА РадиоАстрон остаточный эффект является пренебрежимо малым для эксперимента по проверке ЭПЭ. Все результаты данной главы, включая все рисунки и таблицы, опубликованы в работе [A5]. Личный вклад автора в данную работу указан во Введении к диссертации.

## 2.1 Особенности эффекта движения фазового центра антенны, возникающие при слежении за космическими аппаратами

Эффект движения фазового центра (ДФЦ), который возникает при слежении остронаправленной зеркальной антенны за источником или приемником сигнала, хорошо известен в радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) и задаче определения орбит межпланетных космических аппаратов (КА) [78, 79, 80]. Нами исследованы новые аспекты этого эффекта, проявляющиеся при слежении за околоземными космическими аппаратами. В этом случае как для наземной, так и для бортовой антенны обычно имеют место небольшие ошибки наведения, вызванные, в первую очередь, ошибками прогнозной орбиты КА. Это приводит к необходимости модификации известных уравнений, описывающих эффект ДФЦ. Для небольших ошибок наведения модификация сводится к замене фактических углов наведения антенны на те, которые соответствуют истинному положению источника или приемника сигнала.

Величина эффекта ДФЦ для наземных антенн пропорциональна смещению между осями ее вращения и формально равна нулю для антенн с пересекающимися осями. Для бортовых антенн КА эффект ДФЦ пропорционален расстоянию между центром масс КА и точкой пересечения осей вращения бортовой антенны и, как правило, не равен нулю.

В настоящей работе нас интересует в первую очередь влияние эффекта ДФЦ на частоту принимаемых и передаваемых сигналов. В терминах относительного смещения частоты сигнала,  $\Delta f/f$ , полученные нами результаты не зависят от частоты и применимы для слежения за космическими аппаратами в S-, X-, Ka- и любом другом диапазоне частот. Мы также приводим уравнения для набега фазы сигнала вследствие эффекта ДФЦ, которые могут представлять интерес для задачи одновременного слежения за КА с помощью нескольких наземных антенн по схеме РСДБ [81].

Проблема слежения за космическими аппаратами, реализующими космический сегмент КРСДБ, представляет собой одно из основных приложений полученных нами результатов. Действительно, эффект ДФЦ для таких КА обычно значителен из-за использования бортовых зеркальных антенн большого диаметра ( $\sim 1$  м), необходимых для передачи больших объемов данных астрономических наблюдений с высокой скоростью (128 Мбит/с для КА РадиоАстрон [11] и до многих Гбит/с в будущих проектах [82]). Кроме того, значительная эллиптичность орбит, обеспечивающая охват большого диапазона длин и ориентаций интерферометрических баз (векторов, соединяющих наземные и космические радиотелескопы), приводит к возрастанию величины эффекта ДФЦ вблизи перигея на несколько порядков по сравнению с круговыми орбитами. Наконец, каждый из участвующих в РСДБ-наблюдениях радиотелескоп дол-

жен быть оснащен высокостабильным атомным стандартом частоты для когерентной оцифровки и временной маркировки принимаемого от радиоастрономического источника сигнала. Данные стандарты частоты, как правило, не только обеспечивают бортовую научную аппаратуру высокостабильным опорным сигналом, но и могут использоваться для синхронизации частот сигналов нисходящих линий связи КА. Это позволяет проводить высокоточные научные эксперименты по доплеровскому слежению за подобными КА (см. [A1, A2, A5] и [82]). Поэтому для оценки значимости предложенных нами изменений модели эффекта ДФЦ мы применяем ее к случаю КА РадиоАстрон [11] и антенне NRAO140 наземной станции слежения (НСС) Грин Бенк [83], которая участвовала в сопровождении проекта РадиоАстрон.

Введенная нами поправка в уравнения эффекта ДФЦ оказывается существенной для высокоточных экспериментов по доплеровскому слежению за КА. Для случая слежения за КА РадиоАстрон с помощью антенны NRAO140 величина поправки может достигать  $2 \times 10^{-14}$  для относительного смещения частоты. Величина же полного относительного смещения частоты вследствие эффекта ДФЦ на определенных участках орбиты превышает  $1 \times 10^{-11}$  как для наземной, так и для бортовой антенн. Вклад эффекта, таким образом, оказывается столь велик, что он существенен не только для высокоточных экспериментов, но и для задачи определения орбиты КА в целях его технического сопровождения.

Поскольку величина эффекта ДФЦ антенн столь значительна, возникает вопрос, возможно ли его рассчитать с достаточной точностью. Чтобы ответить на данный вопрос, мы рассмотрели несколько возможных источников ошибок, таких как неопределенности в координатах точки пересечения осей вращения бортовой антенны КА и расстоянии между осями вращения наземной антенны, отклонение фактического направления фиксированной относительно земли оси вращения наземной антенны от номинального и др. Используя в качестве примера КА РадиоАстрон, мы демонстрируем, что ошибка оценки вклада эффекта ДФЦ антенн вблизи перигея орбиты КА может превышать  $4 \times 10^{-14}$  для относительного смещения частоты.

Полученные результаты, очевидно, могут представлять интерес для последующих проектов космической РСДБ (КРСДБ), а также высокоточных экспериментов по доплеровскому слежению за КА. Поэтому мы применили развитый нами математический аппарат также к случаю одного из проектов возможных будущих подобных проектов [84]. В данном проекте орбита КА также является эллиптической, но имеет существенно меньший эксцентриситет по сравнению с КА РадиоАстрон. Мы показываем, что в этом случае как поправка к эффекту за счет неточности наведения антенн, так и ошибки расчета величины эффекта сравнимы по величине со случаем РадиоАстрона.

Важность приведенных выше значений величины эффекта и ошибок его оценки становится очевидной при их сравнении с параметрами точности и стабильности атомных стандартов частоты, используемых в подобных эксперимен-



тах. Например, нестабильность частоты водородного мазерного стандарта частоты КА РадиоАстрон составляла  $2 \times 10^{-15}$  на временах усреднения порядка 1 ч [85]. Для цезиевых фонтанных часов проекта ACES, которая планируется на Международной космической станции, нестабильность, как ожидается, достигнет  $\sim 10^{-16}$  на интервалах усреднения в несколько часов [7]. На настоящий момент уже имеются лабораторные образцы с параметрами точности и стабильности  $\sim 10^{-18}$  [86].

Исследование возможности уменьшения эффекта ДФЦ антенн или снижения ошибок его оценки до уровня ниже стабильности и точности современных атомных стандартов частоты представляет, таким образом, значительный интерес. Одним из способов решения данной проблемы является отказ от использования остронаправленных зеркальных антенн в высокоточных экспериментах по доплеровскому слежению за КА. Это, однако, невозможно для КА на высоких околоземных орбитах, межпланетных КА и искусственных спутников других планет. Другая возможность состоит в попытке скомпенсировать эффект с помощью специальной конфигурации линий связи с КА, а именно, путем использования одно- и двухпутевой линий, функционирующих одновременно. Такая конфигурация была впервые использована в проекте Gravity Probe A [1] для компенсации вкладов нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферы в сдвиг частоты сигнала, передаваемого КА. (Тропосферное смещение частоты компенсируется с точностью до флуктуаций, вызванных вариациями показателя преломления атмосферы, в основном за счет водяного пара, на временных масштабах порядка времени распространения сигнала и пространственных – порядка расстояния между траекториями сигналов восходящей и нисходящей линий.) Нами показано, что данная схема позволяет значительно снизить вклад эффекта движения фазового центра как для наземных, так и для бортовых антенн. В случае с КА РадиоАстрон она приводит к уменьшению относительного смещения частоты за счет эффекта ДФЦ антенн на несколько порядков, до  $1 \times 10^{-16}$ .

Таким образом, нами продемонстрировано, что, по крайней мере в гравитационных экспериментах, схема Gravity Probe A позволяет полностью скомпенсировать, либо значительно уменьшить, все основные нежелательные сдвиги частоты за исключением вызванного ионосферой. Последний может быть скомпенсирован с помощью многочастотных линий связи [1].

Отметим, что эффекту ДФЦ в последнее время уделяется значительное внимание в контексте высокоточного определения орбит КА глобальных навигационных спутниковых систем [87]. В этом случае используются антенны с широкой диаграммой направленности, не обладающие возможностью слежения за источником/приемником сигнала. Несмотря на то, что физические причины возникновения эффекта ДФЦ в данном случае те же, что и для остронаправленных антенн, эффект описывается другими моделями, и нами этот случай не рассматривался.

## 2.2 Теория

Особенности конструкции остронаправленных зеркальных антенн приводят к появлению нескольких эффектов, влияющих на фазу и, соответственно, частоту принимаемых и передаваемых сигналов. Наиболее существенными из них являются переменная геометрическая задержка сигнала, возникающая в результате движения антенны при слежении за источником/приемником сигнала, температурные вариации положения опорной точки антенны, гравитационная нагрузка на гибкие элементы конструкции, дифференциальное вращение облучателя и другие. Здесь мы рассматриваем лишь первый из этих эффектов, о способах учета остальных см. [78, 88, 89, 80].

### 2.2.1 Наземные антенны

Наземные остронаправленные зеркальные антенны, как правило, используют один из следующих типов монтировок: альт-азимутальную (азимутальную), полярную (или экваториальную) и X-Y (ориентированную в направлении север-юг или восток-запад). У альт-азимутальных антенн ось азимутов ориентирована в направлении зенита и фиксирована относительно Земли, ось высот лежит в перпендикулярной плоскости и вращается вокруг оси азимутов. Антенны с данной монтировкой часто проектируются таким образом, чтобы две оси вращения антенны пересекались и, соответственно, смещение между осями было равно нулю. Тем не менее, распространены также конструкции с непересекающимися осями. В последнем случае смещение оси высот относительно оси азимутов может быть как положительным (зеркало антенны располагается ближе к источнику/приемнику сигнала, чем для случая пересекающихся осей, Рис. 2.1a), так и отрицательным (соответственно, дальше, Рис. 2.1b). Среди альт-азимутальных антенн с большим расстоянием между осями можно назвать 70-метровую антенну РТ-70 в Уссурийске (расстояние между осями 4 м) и все антенны сети VLBA (диаметр зеркала 25 м, расстояние между осями 2.1 м) [90].

У антенн с экваториальной монтировкой полярная ось ориентирована вдоль оси вращения Земли, а ось склонений расположена в перпендикулярной плоскости. Такая конструкция антенны позволяет легко следить за астрономическими источниками, т.к. для слежения требуется вращение только полярной оси. Антенны с экваториальными монтировками обычно имеют большие смещения осей, порядка нескольких метров. На сегодняшний день наибольшее расстояние между осями имеет 43-метровая антенна Green Bank NRAO140, у которой оно составляет 14.9 м [77].

У антенн типа X-Y ось вращения X расположена в горизонтальной плоскости и ориентирована либо с севера на юг, либо с востока на запад. Ось Y лежит в перпендикулярной оси X плоскости. Антенны данного типа, как правило, имеют расстояние между осями вращения порядка нескольких метров.

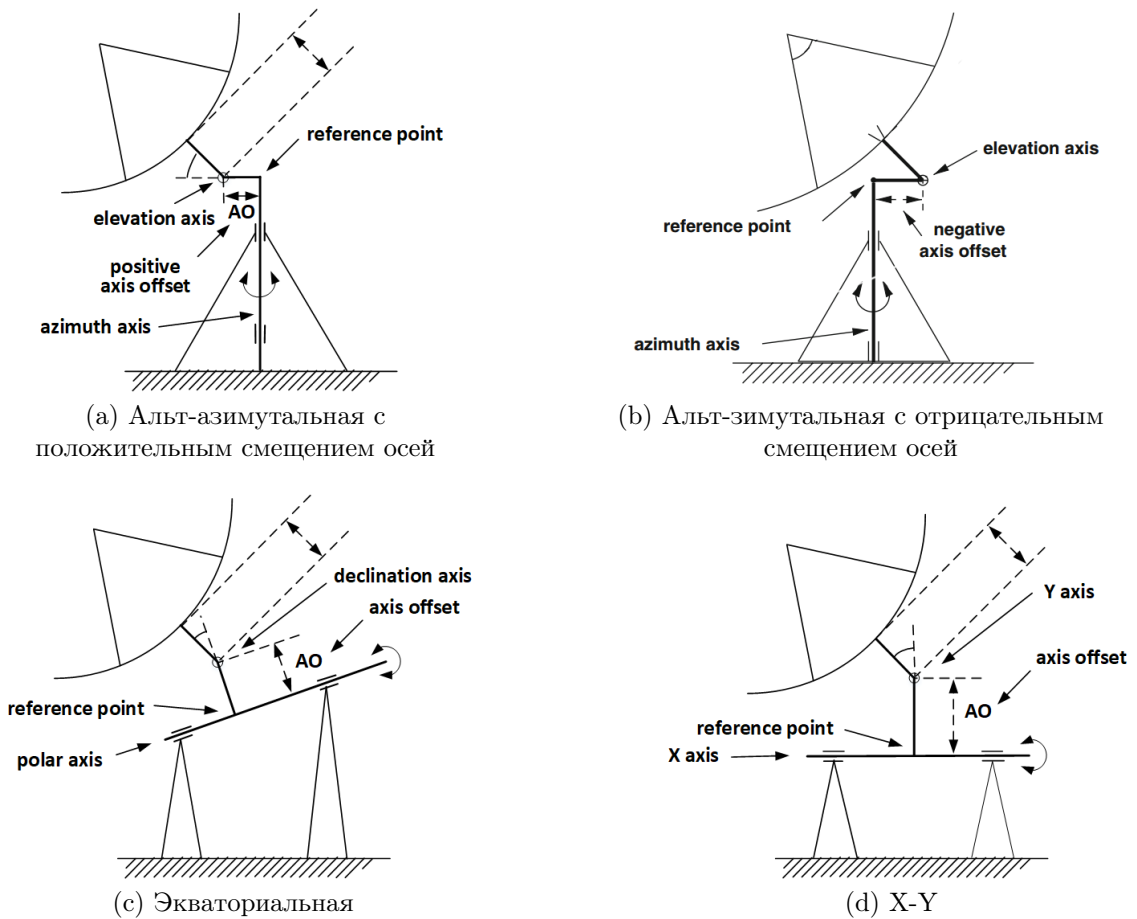


Рис. 2.1: Наиболее распространенные типы монтаровок наземных остронаправленных зеркальных антенн. Пояснения: reference point – опорная точка антенны, elevation axis – ось высот, azimuth axis – ось азимутов, positive axis offset – положительное смещение осей, negative axis offset – отрицательное смещение осей, polar axis – полярная ось, declination axis – ось склонений, X/Y axis – ось X/Y.

Наибольшее на сегодняшний день расстояние между осями имеет 26-метровый радиотелескоп в Хобарте, для которого оно составляет 8.2 м.

Рассмотрим обобщенную схему монтаровки антенны, которая охватывает все три описанных выше случая (Рис. 2.2). Антенна имеет две перпендикулярные оси вращения:  $BE$ , фиксированную относительно Земли, и вращающуюся относительно нее ось  $A$  (на чертеже приведен ее вид с торца). Фиксированная относительно Земли опорная точка антенны,  $P$ , к которой относят все принимаемые/передаваемые антенной сигналы, обычно выбирают на оси  $BE$  и определяют как точку пересечения оси  $BE$  и плоскости, перпендикулярной  $BE$  и содержащей ось  $A$ . Если оси вращения антенны пересекаются, то, очевидно,  $P$  представляет собой просто их точку пересечения. Введем далее единичный вектор  $\hat{s}$  вдоль оси симметрии антенны  $AD$ , единичный вектор  $\hat{i}$  вдоль оси  $BE$  и единичный вектор  $\hat{s}'$  в направлении распространения волнового фронта, который мы будем считать плоским. (Мы пренебрегаем кривизной волнового фронта согласно [88].) Наконец, введем вектор смещения между осями,  $\mathbf{L} = \overrightarrow{PA}$ , обозначим фокус антенны как  $F$  и введем вектор  $\mathbf{L}' = \overrightarrow{PF}$ .

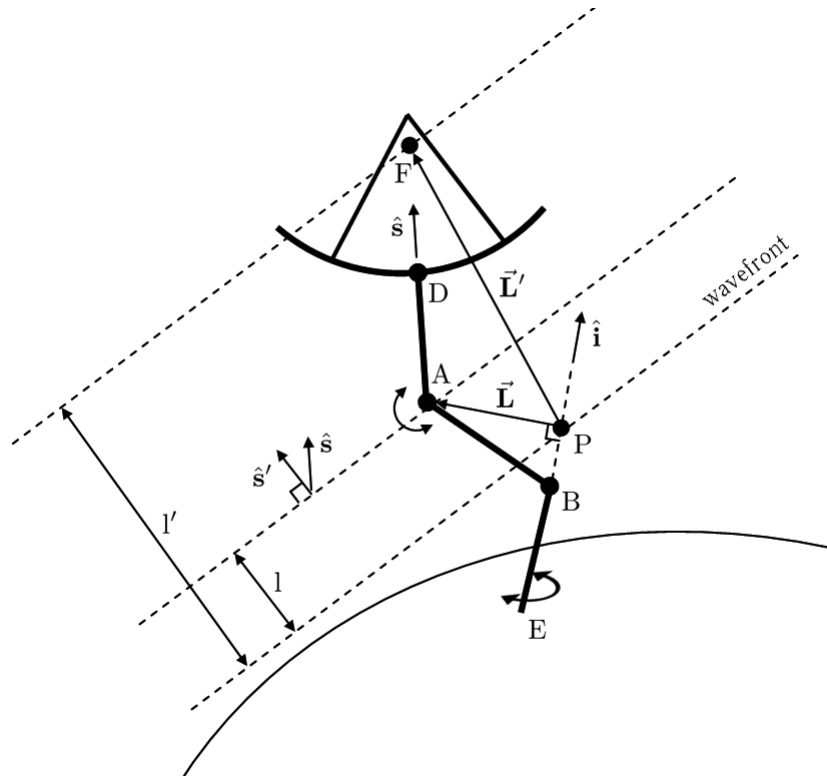


Рис. 2.2: Обобщенный тип монтажа наземной остронаправленной зеркальной антенны. Wavefront – волновой фронт. Пояснения по остальным обозначениям см. в основном тексте.

Влияние движения антенны на параметры принимаемого или передаваемого сигнала, такие как фаза, частота, момент приема/передачи и т. д., можно легко уяснить с помощью Рис. 2.2. Рассмотрим, без потери общности, случай прямофокусной антенны, работающей в режиме приема сигнала со спутника. В то время как при обработке экспериментальных данных характеристики принимаемого сигнала относятся к опорной точке  $P$  антенны, в действительности волновой фронт сначала достигает ее подвижной поверхности, затем преодолевает фиксированное расстояние до фокуса  $F$ , далее сигнал распространяется по волноводам и кабелям, также имеющим фиксированную длину, до регистрирующей аппаратуры. (Как отмечено выше, мы пренебрегаем эффектами окружающей среды.) Фиксированной частью пути, преодолеваемой сигналом внутри конструкции антенны, волноводах и кабелях, а также задержками в принимающей и регистрирующей аппаратуре, как правило, можно пренебречь – как в задачах РСДБ, так и доплеровского слежения за КА. Это связано с тем, что подобные задержки приводят лишь к постоянному сдвигу фазы сигнала и момента его регистрации, и не меняют его частоту. Лишь изменение расстояния между положениями волнового фронта сигнала в моменты его прохождения через точки  $F$  и  $P$ , которое мы обозначили как  $l'$ , вносит переменный вклад в характеристики сигнала при их отнесении к опорной точке  $P$ . Очевидно, имеем:

$$l' = \hat{\mathbf{s}}' \cdot \mathbf{L}', \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{L}' = \overrightarrow{PF}$ . Отметим, что  $\hat{\mathbf{s}}'$  не обязательно лежит в плоскости векторов  $\hat{\mathbf{s}}$  и

$\mathbf{L}$ , т.к. ошибки могут присутствовать в обоих углах наведения антенны.

Уравнение (2.1) дает общее выражение для длины той части пути сигнала, которая изменяется за счет движения антенны. Соответствующие выражения для дополнительной фазовой задержки,  $\tau'$ , и относительного сдвига частоты,  $\Delta f/f$ , соответственно, имеют вид:

$$\tau' = \frac{l'}{c} = \frac{\hat{\mathbf{s}}' \cdot \mathbf{L}'}{c} \quad (2.2)$$

и

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} (\hat{\mathbf{s}}' \cdot \mathbf{L}'). \quad (2.3)$$

Рассмотрим случай пренебрежимо малых ошибок наведения:

$$\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}'. \quad (2.4)$$

В этом случае нетрудно видеть, что (2.2) и (2.3) сводятся к их привычным нештрихованным аналогам [88]:

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{L}}{c}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} (\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{L}), \quad (2.6)$$

где  $l$  есть расстояние между положениями волнового фронта в моменты прохождения им через ось  $A$  и точку  $P$ :

$$l = \hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{L}. \quad (2.7)$$

Действительно, если  $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}'$ , то имеем:

$$\begin{aligned} l' &= \hat{\mathbf{s}} \cdot (\mathbf{L} + \overrightarrow{AF}) \\ &= l + AF, \end{aligned} \quad (2.8)$$

так что  $l$  и  $l'$  различаются лишь на постоянную величину  $AF$ , которая приводит к постоянной добавке к фазе в (2.2) и, согласно (2.3), не влияет на частоту.

Простые геометрические соображения приводят к следующему полезному соотношению для вектора смещения между осями антенны, не зависящему от предположения  $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}'$ :

$$\mathbf{L} = \pm L \frac{\hat{\mathbf{i}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{i}})}{|\hat{\mathbf{i}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{i}})|}, \quad (2.9)$$

где  $L = |\mathbf{L}|$  и знак «плюс» соответствует антеннам с «положительным» смещением осей (т.е. таким, для которых, если  $\hat{\mathbf{s}}$  и  $\mathbf{L}$  сонаправлены, антенна приближается к источнику/приемнику сигнала с ростом  $L$ , т.е. таким как на Рис. 2.1a),

а «минус» – антеннам с «отрицательным» смещением осей (соответственно, наоборот, как на Рис. 2.1b). Вернемся теперь к случаю  $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}'$ . Используя уравнения (2.9) и (2.7), а также геометрическое соотношение

$$\hat{\mathbf{i}} \times (\hat{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{i}}) = \mathbf{s} - \hat{\mathbf{i}}(\hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{s}), \quad (2.10)$$

легко получить следующее хорошо известное выражение для

$$l = \pm L \sqrt{1 - (\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{i}})^2} = \pm L \cos \theta, \quad (2.11)$$

где мы обозначили

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \angle(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{i}}). \quad (2.12)$$

Для трех рассмотренных выше типов монтаровок – альт-азимутальной, экваториальной и X-Y – этот угол соответствует углу места, склонению и углу Y.

Предположение о том, что  $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}'$ , можно с очень хорошей точностью считать обоснованным для случая слежения за небесными телами с хорошо известными координатами. Для случая же слежения за КА это предположение может легко оказаться неверным. Действительно, например, точность предсказанных орбит для КА, используемых в КРСДБ, может быть хуже 5 км для каждой компоненты вектора положения КА, что соответствует ошибке  $\angle(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}') \sim 17'$  для расстояния до КА  $\sim 1,000$  км [76]. Несмотря на то, что операторы наземной антенны, как правило, применяют поправки к обоим углам наведения, эти поправки постоянны в течение всего сеанса наблюдения и полностью не устраняют ошибки прогноза. Представляется разумным предположить, что ошибки наведения примерно соответствуют точности реконструированной орбиты КА. Для РадиоАстроны вблизи перигея точность реконструированной орбиты составляет  $\sim 100$  м для каждой компоненты вектора положения КА, что соответствует  $\angle(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}') \sim 20''$  на дальности до КА  $\sim 1,000$  км (раздел 2.3.2). Данная ошибка наведения, как правило, существенно больше для бортовой антенны КА, т.к., во-первых, на борту отсутствует оператор, который мог бы определить и применить поправки к углам наведения, и во-вторых, предсказанные орбиты, как правило, загружаются на борт за несколько дней до проведения сеансов наблюдений и потому имеют меньшую точность нежели те, которые используются на наземных антеннах. Более того, по крайней мере в случае РадиоАстроны, углы наведения бортовой антенны рассчитывались бортовым компьютером в реальном времени на основе упрощенных моделей движения КА и распространения сигналов.

Обратимся теперь к практически важному случаю, когда

$$\hat{\mathbf{s}} \neq \hat{\mathbf{s}}' \quad (2.13)$$

но ошибки наведения малы. Вводя вектор

$$\delta \mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}' - \hat{\mathbf{s}}, \quad (2.14)$$

условие малости ошибок наведения может быть записано как:

$$|\delta \mathbf{s}| \ll 1. \quad (2.15)$$

Заметим, что, т.к.  $|\hat{\mathbf{s}}'| = |\hat{\mathbf{s}}| = 1$ , имеем:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{s}}' &= O(\delta \mathbf{s}^2), \\ \delta \mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{s}} &= O(\delta \mathbf{s}^2). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подставляя  $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}' - \delta \mathbf{s}$  в (2.1) и раскладывая его по степеням  $\delta \mathbf{s}$ , а также используя (2.16) и  $\mathbf{L}' = \mathbf{L} + \overrightarrow{AF}$ , легко прийти к следующему соотношению:

$$\begin{aligned} l' &= \pm L \cos \theta' + O(\delta \mathbf{s}^2) \\ &= \pm L \cos \theta' + O(\delta \theta^2), \end{aligned} \quad (2.17)$$

где

$$\theta' = \frac{\pi}{2} - \angle(\hat{\mathbf{s}}', \hat{\mathbf{i}}) \quad (2.18)$$

представляет собой «истинный» угол места, склонение или угол  $Y$ , под которым виден КА относительно наземной антенны (соответственно, для альтиметрической, экваториальной и X-Y антенны), и  $\delta \theta$  есть отклонение этого угла от фактического:

$$\delta \theta = \theta' - \theta. \quad (2.19)$$

Хотя уравнения (2.11) и (2.17) имеют похожий вид, их смысл различен. В уравнении (2.11)  $\theta$  представляет собой угол, определяемый фактической ориентацией антенны,  $\hat{\mathbf{s}}$ , тогда как в уравнении (2.17)  $\theta'$  определяется истинным положением источника/приемника сигнала относительно антенны,  $\hat{\mathbf{s}}'$ . Кроме того, уравнение (2.11) является точным (но верным лишь в отсутствие ошибок наведения), тогда как (2.17) справедливо для малых ошибок наведения.

Выражение для относительного смещения частоты сигнала вследствие эффекта движения фазового центра антенны может быть легко получено из уравнения (2.17) с использованием (2.3), в дополнительном предположении, что скорость изменения членов  $O(\delta \theta^2)$  мала, т.е.  $\frac{d}{dt} O(\delta \theta^2) = O(\delta \theta^2)$ . В этом случае имеем:

$$\frac{\Delta f}{f} = \pm \frac{L}{c} \dot{\theta}' \sin \theta' + O(\delta \theta^2), \quad (2.20)$$

где знак плюс относится к антеннам с «положительным» смещением осей, а минус – с «отрицательным».

Уравнения для нахождения добавки к фазовой задержке и относительного смещения частоты для трех распространенных типов монтажных антенн приведены в Таблице 2.1.

Таблица 2.1: Уравнения для вычисления эффекта движения фазового центра наземных антенн с различными типами монтаровок. Знак плюс относится к антеннам с «положительным» смещением осей, а минус – с «отрицательным».

Тип монтаровки	Угол	Фазовая задержка, $\tau$	Сдвиг частоты, $\Delta f/f$
альт-азимутальная	угол места $\gamma'$	$\pm(L/c) \cos \gamma'$	$\pm (L/c) \dot{\gamma}' \sin \gamma'$
экваториальная	склонение $\delta'$	$\pm(L/c) \cos \delta'$	$\pm (L/c) \dot{\delta}' \sin \delta'$
X-Y	угол $Y'$	$\pm(L/c) \cos Y'$	$\pm (L/c) \dot{Y}' \sin Y'$

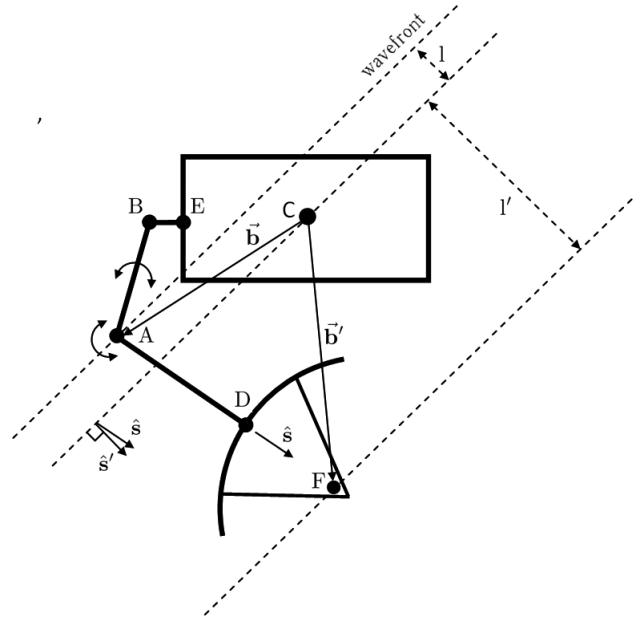


Рис. 2.3: Общий вид монтаровки бортовой зеркальной остронаправленной антенны. Wavefront – волновой фронт. Пояснения по остальным обозначениям см. в основном тексте.

## 2.2.2 Бортовые антенны

Рассмотрим случай антенн, размещаемых на борту КА. Уравнения для эффекта ДФЦ в этом случае могут быть получены достаточно просто, по аналогии со случаем наземных антенн. Описание движения КА обычно дается в терминах положения его центра масс, точки  $C$  на Рис. 2.3, и его ориентации в некоторой системе отсчета. Для КА на околоземной орбите в качестве таковой обычно используется одна из геоцентрических инерциальных систем отсчета, например ЕМЕ2000. Центр масс,  $C$ , также выступает в роли опорной точки бортовой антенны, т.е. характеристики принимаемых/передаваемых сигналов относятся к данной точке. Несущественное различие со случаем наземной антенны состоит в том, что в данном случае в роли одной из двух осей вращения выступает  $AB$ , а не  $BE$ . Вторая ось перпендикулярна плоскости чертежа на Рис. 2.3 и представлена точкой  $A$ , которая, таким образом, также изображает точку пересечения осей.

Введем далее вектор  $\hat{s}'$  в направлении на источник/приемник сигнала, т.е.



в направлении нормали к волновому фронту (снова считаем его плоским), единичный вектор  $\hat{\mathbf{s}}$  в направлении оси симметрии антенны  $AD$ , вектор смещения первичного фокуса относительно центра масс,  $\overrightarrow{CF} = \mathbf{b}'$ , и аналогичный вектор для смещения оси  $A$ :  $\overrightarrow{CA} = \mathbf{b}$ . В полной аналогии с наземным случаем эффект движения фазового центра определяется переменным расстоянием между положениями волнового фронта в моменты его прохождения через фокус  $F$  и опорную точку  $C$ :

$$l' = (\mathbf{b}' \cdot \hat{\mathbf{s}}'). \quad (2.21)$$

Также по аналогии с наземным случаем, когда ошибки наведения пренебрежимо малы, т.е.  $\hat{\mathbf{s}}' = \hat{\mathbf{s}}$ , мы можем представить  $\mathbf{b}'$  в виде  $\mathbf{b} + \overrightarrow{AF}$  и, используя  $\overrightarrow{AF} = AF \cdot \hat{\mathbf{s}}$ , получить:

$$l' = l + \text{const}, \quad (2.22)$$

где  $l$  – расстояние между положениями волнового фронта в моменты его прохождения через точку пересечения осей  $A$  и центр масс  $C$ . Очевидно, имеем:

$$l = \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}. \quad (2.23)$$

В случае малых ошибок наведения, т.е. когда

$$|\delta \mathbf{s}| = |\hat{\mathbf{s}}' - \hat{\mathbf{s}}| \ll 1, \quad (2.24)$$

можно показать, снова по аналогии с наземным случаем, что уравнение (2.22) упрощается и принимает вид:

$$l' = \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}' + \text{const} + O(\delta \mathbf{s}^2). \quad (2.25)$$

Преимуществом данного уравнения по сравнению с (2.21) является то, что вектор  $\mathbf{b}$  не зависит от времени в системе отсчета, жестко связанной с КА, тогда как  $\mathbf{b}'$  изменяется соответственно движению антенны.

Общее выражение для относительного смещения частоты принимаемых и посылаемых бортовой антенной КА сигналов может быть получено из уравнения (2.21) с использованием (2.3):

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} (\mathbf{b}' \cdot \hat{\mathbf{s}}'). \quad (2.26)$$

Для малых ошибок наведения:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} (\mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}') + O(\delta \mathbf{s}^2), \quad (2.27)$$

где мы снова предположили, что скорость изменения членов  $O(\delta \mathbf{s}^2)$  в уравнении (2.25) мала. Во многих случаях, в частности в КРСДБ, КА поддерживает постоянную ориентацию в инерциальной системе отсчета во время проведения

сеансов наблюдений. В этом случае вектор  $\mathbf{b}$  является постоянным в инерциальной системе отсчета и уравнение (2.27) еще больше упрощается:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{c}(\mathbf{b} \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}') + O(\delta \mathbf{s}^2). \quad (2.28)$$

Для численных расчетов величины эффекта ДФЦ антенны и оценки ошибок удобно задавать вектор  $\mathbf{b}$  в фиксированной относительно КА системе отсчета. В этом случае мы будем обозначать его как  $\mathbf{b}_{\text{sc}}$ . Вектор же  $\hat{\mathbf{s}}'$  более естественно задавать в инерциальной системе отсчета. Обозначая матрицу преобразования из фиксированной относительно КА в инерциальную систему отсчета через  $\mathbf{R}$ , получаем следующее уравнение для эффекта ДФЦ бортовой антенны КА (в предположении постоянной ориентации КА относительно инерциальной системы отсчета):

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{c}(\mathbf{R}\mathbf{b}_{\text{sc}} \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}') + O(\delta \mathbf{s}^2). \quad (2.29)$$

### 2.2.3 Анализ ошибок

В высокоточных экспериментах нас интересует не только оценка величины эффекта движения фазового центра антенны, но и ее ошибка. Ошибки можно оценить с помощью уравнений, полученных выше, варьируя их по соответствующим параметрам. Например, ошибка оценки смещения частоты с помощью уравнения (2.29) за счет неопределенности  $\delta \mathbf{b}_{\text{sc}}$  положения точки пересечения осей вращения бортовой антенны КА относительно его центра масс составляет:

$$\delta \left( \frac{\Delta f}{f} \right) = -\frac{1}{c}((\mathbf{R} \delta \mathbf{b}_{\text{sc}}) \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}') + O(\delta \mathbf{s}^2). \quad (2.30)$$

Тогда для стандартного отклонения ошибок оценки относительного смещения частоты, вызванного эффектом ДФЦ бортовой антенны, имеем:

$$\sigma_{\Delta f/f} = \left( \frac{1}{c^2}(\dot{\hat{\mathbf{s}}}')^T \mathbf{R} \Sigma_b \mathbf{R}^T \dot{\hat{\mathbf{s}}}' + \dots \right)^{1/2} + O(\delta \mathbf{s}^2), \quad (2.31)$$

где  $\Sigma_b$  – ковариационная матрица компонент вектора  $\mathbf{b}_{\text{sc}}$ , а многоточием обозначены аналогичные слагаемые, возникающие за счет неопределенностей значений других параметров, которые мы считаем независимыми от  $\mathbf{b}_{\text{sc}}$ .

Скорость изменения единичного вектора  $\hat{\mathbf{s}}'$  существенно зависит от параметров орбиты, координат НСС и положения КА на орбите. Поэтому анализ погрешностей расчетных значений эффекта ДФЦ антенн следует проводить отдельно для каждого проекта с учетом конфигурации его наземного и космического сегментов, а также конкретных значений погрешностей. Более того, необходимо характеризовать  $\sigma_{\Delta f/f}$  не одним значением, например, максимальным, а в виде функции положения КА на орбите.

В следующих двух разделах приведены результаты двух подобных анализов: для КА «РадиоАстрон» и КА возможного будущего проекта КРСДБ. Для простоты мы рассматриваем лишь некоторые из возможных источников ошибок, см. Таблицу 2.2, и считаем их независимыми. Кроме того, мы считаем независимыми все компоненты векторных параметров. Комментарии по конкретным параметрам и их значениям, приведенным в Таблице 2.2, содержатся в следующем разделе.

## 2.3 Эффект движения фазового центра антенны в проекте РадиоАстрон

### 2.3.1 Космический аппарат РадиоАстрон

Общие сведения о КА РадиоАстрон приведены в разделе 1.4.1. Для последующего анализа отметим еще раз эволюционирующий характер орбиты КА и воспроизведем снова Рис. 1.5 и 1.6 раздела 1.4.1, отметив на них временные интервалы, для которых мы проводим дальнейший анализ (см. Рис 2.4 и 2.5).

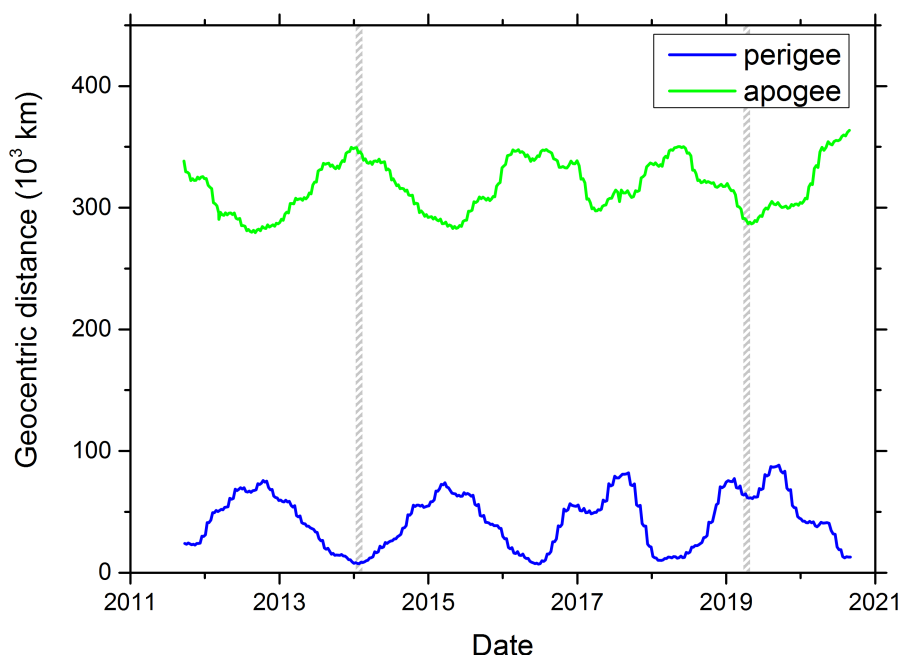


Рис. 2.4: Эволюция апогея и перигея орбиты КА РадиоАстрон. Штриховкой отмечены два интервала, для которых нами проведен анализ эффекта ДФЦ антенн. По горизонтальной оси – дата (год), по вертикальной – радиусы перигея (perigee) и апогея (apogee) (тыс. км).

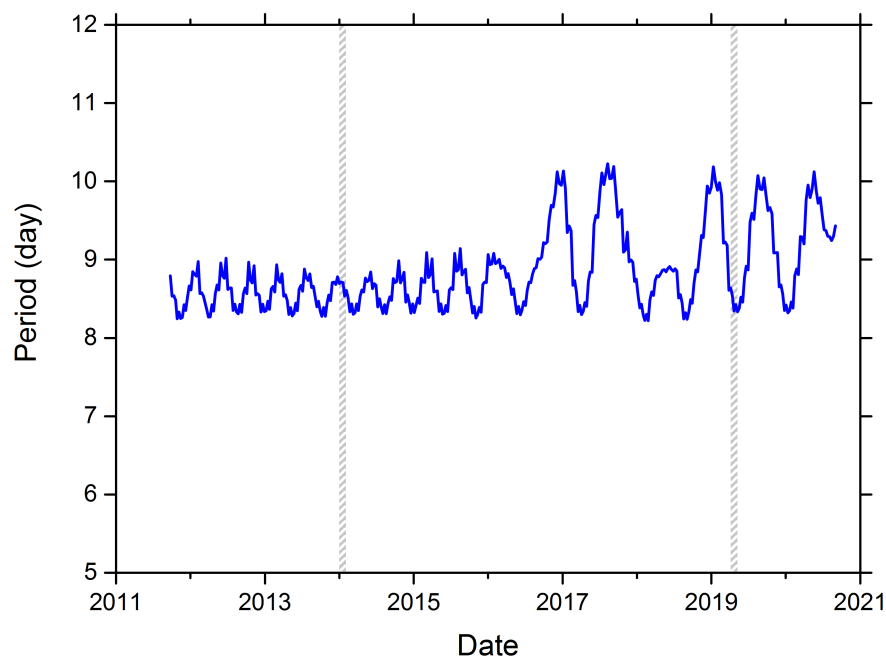


Рис. 2.5: Эволюция периода орбиты КА РадиоАстрон. Штриховкой отмечены два интервала, для которых нами проведен анализ эффекта ДФЦ антенн. По горизонтальной оси – дата (год), по вертикальной – период (дни). Нерегулярное поведение периода летом 2018 г. связано с проведенной коррекцией орбиты.

Более подробно остановимся также на параметрах бортовых и наземных антенн проекта РадиоАстрон. КА РадиоАстрон оборудован несколькими антеннами (Рис. 2.6): 1) 10-метровой параболической остронаправленной антенной, жестко закрепленной на КА и использовавшейся для наблюдения за астрофизическими объектами; 2) 1.5-метровой параболической остронаправленной антенной (ОНА), использовавшейся для: а) передачи данных наблюдений на Землю, б) передачи высокостабильного сигнала бортового водородного мазерного стандарта частоты на Землю для целей доплеровского слежения, в) приема с Земли высокостабильного сигнала от наземного водородного мазерного стандарта для использования в качестве опорного сигнала на борту (резервный режим синхронизации); 3) три ненаправленные антенны для передачи телеметрии, приема команд, доплеровского слежения и определения дальности до КА. В настоящем исследовании нас интересует остронаправленная 1.5-метровая антенна ОНА.

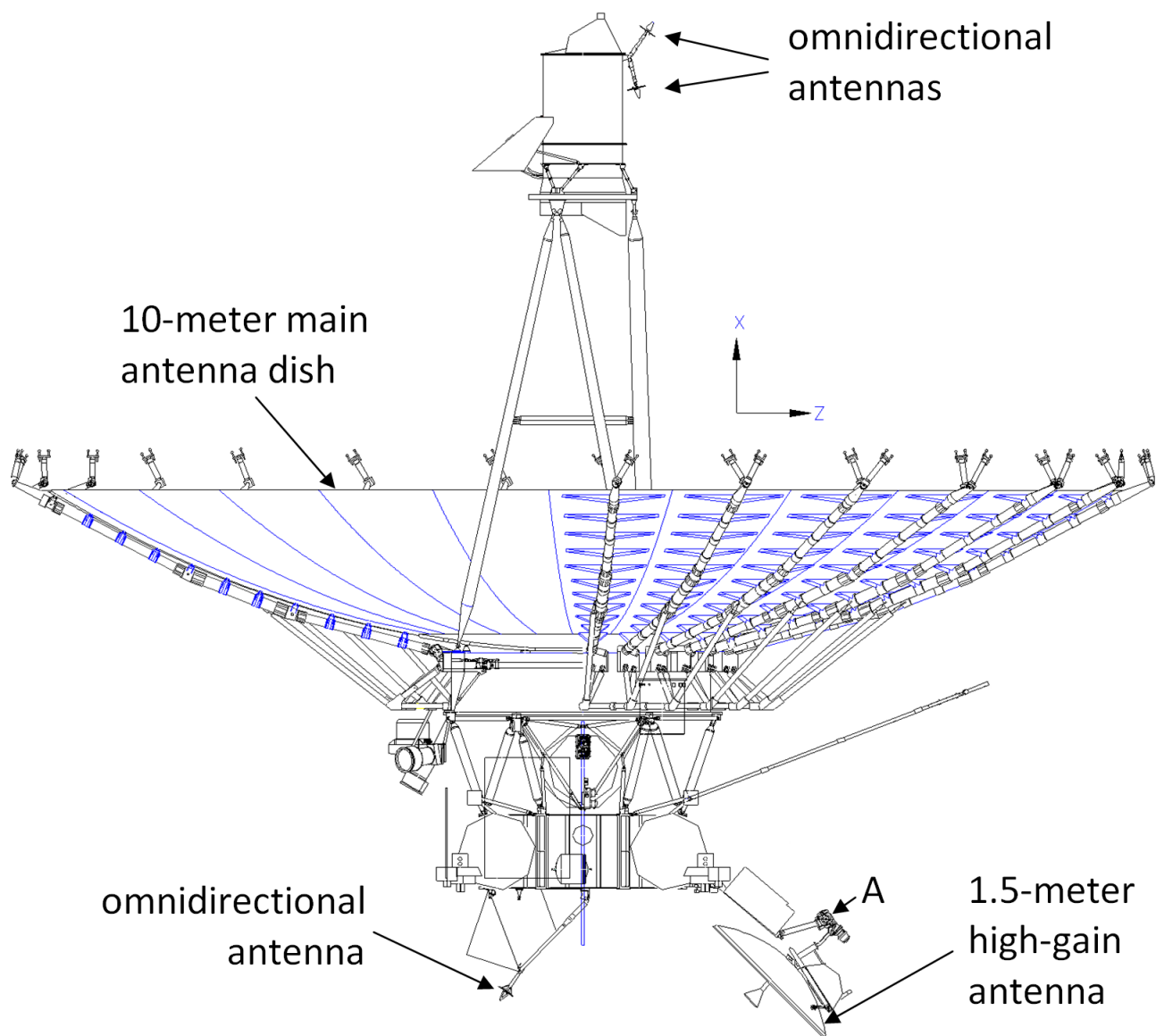


Рис. 2.6: Схема КА РадиоАстрон. Космический аппарат оборудован несколькими антеннами, самой крупной из которых является 10-метровая параболическая антенна, жестко закрепленная на КА и предназначенная для радиоастрономических наблюдений (10-meter main antenna dish). Интересующая нас антенна – 1.5-метровая параболическая следящая остронаправленная антенна ОНА (1.5-meter high-gain antenna). Точка А отмечает пересечение осей вращения этой антенны. На чертеже также изображены три ненаправленные служебные антенны (omnidirectional antennas).

Эта антенна обеспечивала связь КА с двумя НСС, которые использовались для сбора научных данных, получения одно- и двухпутевых доплеровских измерений частоты, а также для передачи на борт высокостабильного опорного сигнала: НСС Пушино Пушинской радиоастрономической обсерватории (Московская область, Россия), использовавшей 22-метровый радиотелескоп РТ-22 с альт-азимутальной монтировкой, и НСС Грин-Бенк Национальной радиоастрономической обсерватории (Западная Виргиния, США), использовавшей 43-метровый радиотелескоп NRAO140 с экваториальной монтировкой. Параметры этих двух антенн приведены в Таблице 2.3.

### 2.3.2 Экспериментальные данные, источники ошибок, расчеты

Согласно уравнениям, приведенным в разделе 2.2, для расчета эффекта ДФЦ наземной и бортовой антенн необходимо знание следующей информации: орбиты КА, положения точки пересечения осей вращения бортовой антенны КА относительно его центра масс, ориентации КА, координат наземной антенны, расстояния между осями наземной антенны. Информация о фактических углах наведения антенн во время наблюдений не требуется, если ошибки наведения невелики.

Мы использовали долгосрочные прогнозные орбиты, предоставленные для проекта РадиоАстрон баллистическим центром Института прикладной математики им. Келдыша (ИПМ) [76]. Орбиты данного типа предназначались, в первую очередь, для целей долгосрочного планирования наблюдений с помощью космического радиотелескопа. При прогнозировании орбиты примерно на месяц вперед погрешности каждой компоненты векторов скорости и положения КА могут достигать, соответственно, 10 км и нескольких см/с. (При этом ошибки распределены между компонентами векторов вдоль и поперек луча зрения неравномерно.) ИПМ также предоставляет существенно более точные реконструированные орбиты, для которых погрешности каждой компонент векторов положения и скорости составляют  $\sim 200$  м и 2–3 мм/с, соответственно. (В этом случае ошибки распределены относительно равномерно между компонентами векторов, но также зависят от расстояния до КА: вблизи перигеев неопределенность положения КА обычно в несколько раз меньше, чем вблизи апогеев, а скорости, наоборот, больше.) В нашем анализе мы не использовали реконструированные орбиты для расчета эффекта ДФЦ антенн, поскольку орбиты этого типа доступны только для интервалов времени, когда проводились наблюдения, а также потому, что точность долгосрочных предсказанных орбит достаточна для наших иллюстративных целей. Однако, поскольку при обработке данных экспериментов, проведенных с помощью РадиоАстрона, используются реконструированные орбиты, мы оценили погрешности задания направления НСС–КА,  $\hat{s}'$ , используя погрешности координат КА, относящиеся к реконструированным орбитам. Для простоты мы использовали одно и то же значение погрешности для каждого из двух углов, определяющих направление НСС–КА, и оценили его, используя погрешности компонент вектора положения КА, соответствующие перигею, т. е. 100 м (см. табл. 2.2).

Для нахождения компонент вектора  $\mathbf{b}$  смещения точки  $A$  пересечения осей вращения бортовой антенны относительно центра масс КА мы определили координаты этой точки с помощью представленного на Рис. 2.6 чертежа КА (используя его версию высоким разрешением). Положение центра масс КА было взято из технической документации проекта РадиоАстрон. Данный параметр зависит от количества топлива в баках КА, для простоты нами было взято фиксированное значение, соответствующее полным бакам. Таким образом мы

Источник ошибки	Параметр	РадиоАстрон	Будущий проект КРСДБ
Неопределенность расстояния между осями наземной антенны	$L$	0.002 м	0.002 м
Отклонение направления оси наземной антенны от номинального	$\hat{\mathbf{i}}$	5'	5'
Неопределенность положения точки пересечения осей антенны КА относительно его центра масс	$\mathbf{b}_{sc}$	0.005 м	0.001 м
Неточность знания ориентации КА	$\mathbf{R}$	10''	1''
Неточность знания направления НСС–КА за счет неточности орбиты КА	$\hat{\mathbf{s}}$	100м → 20''	10м → 2''

Таблица 2.2: Неопределенности значений параметров, влияющих на расчетные значения эффекта ДФЦ наземных и бортовых антенн. Приведены два набора значений: актуальные для проекта РадиоАстрон и принятые нами в качестве вероятных для возможного будущего проекта КРСДБ. Для единичного вектора вдоль неподвижной оси наземной антенны,  $\hat{\mathbf{i}}$ , и единичного вектора в направлении НСС–КА,  $\hat{\mathbf{s}}$ , приведены погрешности каждого из двух углов, определяющих направление этих векторов. Для вектора  $\hat{\mathbf{s}}$  данные погрешности вычислены с помощью приведенных средних значений неопределенностей компонент вектора положения КА, имеющих место для дальности 1000 км. Для вектора положения точки пересечения осей бортовой антенны  $\mathbf{b}_{sc}$  указаны погрешности каждой из трех его компонент. Для матрицы преобразования  $\mathbf{R}$  указаны погрешности каждого из трех углов, определяющих компоненты данной матрицы. Во всех случаях указанные ошибки в компонентах векторов и углах предполагаются независимыми.

получили:

$$\mathbf{b}_{sc} = [-2.299; 0; 2.546] \text{ м.} \quad (2.32)$$

Жесткость и геометрия конструкции монтажки бортовой антенны, а также точность нашего определения положения центра масс дают нам основание приписать погрешность  $\sim 5$  мм каждой компоненте вектора  $\mathbf{b}_{sc}$  (Таблица 2.2).

Уравнение (2.32) задает компоненты вектора  $\mathbf{b}$  в фиксированной относительно КА системе отсчета. Чтобы преобразовать их в инерциальную систему отсчета, необходимо знать ориентацию КА как функцию времени. Во время сеансов наблюдений ориентация КА практически всегда поддерживалась постоянной, но, как правило, отличалась от сеанса к сеансу (длительность одного сеанса обычно составляла  $\sim 1$  ч). Для обработки экспериментальных данных информация об ориентации КА может быть взята из телеметрии. Для звездных датчиков КА РадиоАстрон, являющихся основным источником этой информации, ее точность составляет  $\sim 10''$  (Таблица 2.2). Однако, для наших иллюстративных целей мы предполагаем, что КА всегда поддерживает постоянную ориентацию в инерциальной системе отсчета, и матрица преобразования между двумя системами отсчета является, таким образом, единичной:  $\mathbf{R} = 1$ . Тем не менее, мы допускаем ошибку в реализации данной ориентации КА с помощью

	Пушино	Грин Бенк
Расположение	Московская область, Россия	Западная Виргиния, США
Широта	54°49.0'14.24	+38°26'16.166''
Долгота	37°37'41.84''	-79°50'08.810''
Высота (м)	239.09	812.50
Диаметр (м)	22	43
Монтировка	альт-азимутальная	экваториальная
Смещение осей (м)	0.0	14.94

Таблица 2.3: Параметры антенн наземных станций слежения проекта РадиоАстрон.

системы поддержания ориентации,  $\delta R$ , и используем для нее значения, соответствующие указанным выше погрешностям углов ориентации (предполагаем их независимыми).

Геодезические (ITRS) координаты опорной точки антенны РТ-22 НСС Пушино и значение параметра расстояния между ее осями были получены из внутренней документации проекта РадиоАстрон. Для антенны NRAO140 НСС Грин Бенк они были взяты нами из [77]. Погрешности координат опорных точек наземных антенн составляют  $\sim 1$  см и, таким образом, дают пренебрежимый вклад в погрешность направления НСС–КА по сравнению с погрешностью положения КА. Погрешность параметра расстояния между осями была принята равной 2 мм на основании разницы между значением, указанным в [77] и полученным в результате обработки данных глобальных сессий РСДБ [91].

Наконец, мы принимаем во внимание возможность небольшого отклонения фиксированной оси наземной антенны от ее номинального направления. Например, для альт-азимутальной антенны ось азимутов может отклоняться от зенита, для антенны с экваториальной монтировкой полярная ось может не быть строго параллельна оси вращения Земли и т.д. Подобные отклонения приводят к ошибке в векторе  $\hat{\mathbf{i}}$ , для которой мы принимаем значение  $5'$ . Данное значение является предварительным и соответствует указанному в [92] отклонению электрической оси антенны NRAO140 от механической. Калибровочные процедуры, по-видимому, могут уменьшить данное значение как минимум на пол-порядка.

Вычисление эффекта ДФЦ для наземных и космических антенн проекта РадиоАстрон предполагает непосредственное применение уравнений раздела 2.2. Ошибки оцениваются согласно разделу 2.2.3.

### 2.3.3 Результаты

В связи с тем, что орбита РадиоАстрона является эволюционирующей, мы выбрали для нашего анализа две различные эпохи: эпоху января 2014 г. с низким перигеем и эпоху апреля 2019 г. с высоким перигеем. Некоторые параметры орбиты, относящиеся к этим двум эпохам (будем обозначать их, соответственно,



	Эпоха А: январь 2014	Эпоха В: апрель 2019
Перигей (км)	7 361	64 745
Апогей (км)	345 060	286 804
Период (дни)	8.6	8.5
Эксцентриситет	0.96	0.63

Таблица 2.4: Значения некоторых параметров орбиты КА РадиоАстрон для двух выбранных эпох низкого (А) и высокого (В) перигея.

эпоха А и В), приведены в Таблице 2.4.

Для наземных антенн мы вычисляли эффект ДФЦ только для НСС Грин Бенк, т.к. антенна НСС Пуццино формально имеет нулевое смещение осей и, следовательно, для нее эффект ДФЦ формально равен 0. Для обеих выбранных эпох нами был произведен расчет эволюции эффекта и ошибок его оценки на протяжении  $\sim 1.5$  периодов орбиты. Результаты представлены на Рис. 2.7–2.10.

Необходимо сделать несколько замечаний относительно полученных результатов и форме их представления. Во-первых, поскольку эффект и его ошибки меняются при движении по орбите на много порядков, мы используем логарифмическую шкалу, что позволяет нам изображать лишь абсолютные значения величины эффекта. Это приводит к появлению на графиках множества «провалов», которые вызваны лишь тем, что соответствующая величина меняет знак. Во-вторых, величина эффекта для наземной и бортовой антенн сопоставима. Далее, как и следовало ожидать, вблизи перигеев эффект заметно (на порядок) больше в эпоху А, чем в эпоху В, что связано с более высокой скоростью движения КА. Однако, вдали от перигеев наблюдается, как правило, обратная ситуация – эффект больше в эпоху В, чем в А, опять же примерно на порядок. Для обеих выбранных эпох как наземный, так и бортовой эффекты превышают  $10^{-13}$  на значительных участках орбиты и почти никогда не опускаются ниже  $10^{-14}$  в эпоху высокого перигея В.

Поправка к наземному эффекту, содержащаяся в уравнении (2.20) и связанная с использованием угла  $\theta'$ , соответствующего истинному направлению НСС–КА вместо фактического угла наведения антенны  $\theta$  (например, склонения), превышает  $1 \times 10^{-14}$  на некоторых участках орбиты. Таким образом, введенная нами поправка к уравнениям эффекта ДФЦ антенны является существенной для экспериментов по высокоточному доплеровскому слежению за КА.

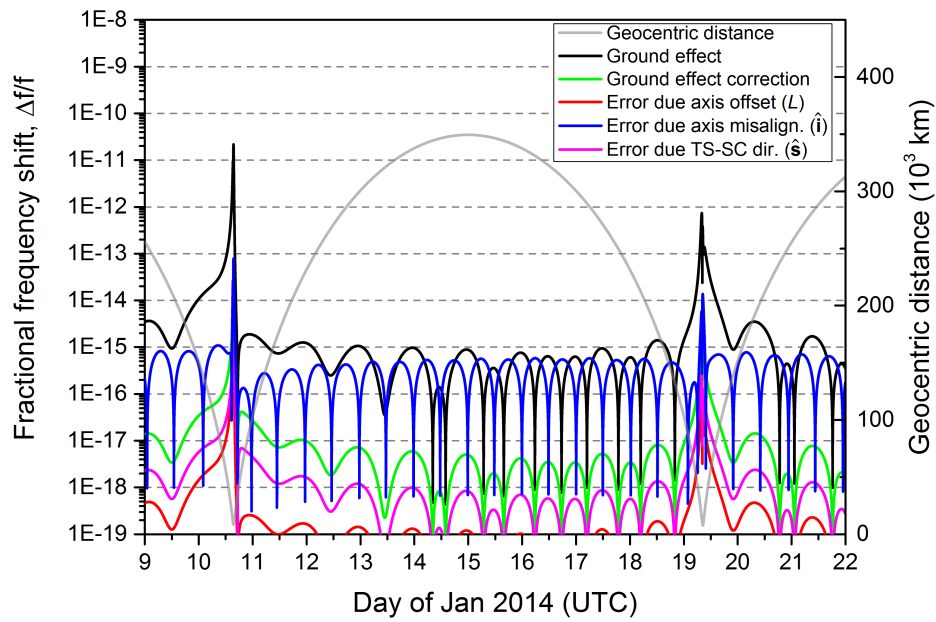
Ошибки оценки эффекта ДФЦ антенны также более значительны вблизи перигеев. Наибольшие из них связаны с неопределенностью положения точки пересечения осей бортовой антенны КА, отклонения осей наземной антенны от номинального направления и расстояния между осями наземной антенны.

Вблизи перигеев эпохи А как наземный, так и бортовой эффекты ДФЦ достигают  $\sim 10^{-11}$  в терминах относительного смещения частоты, что эквива-

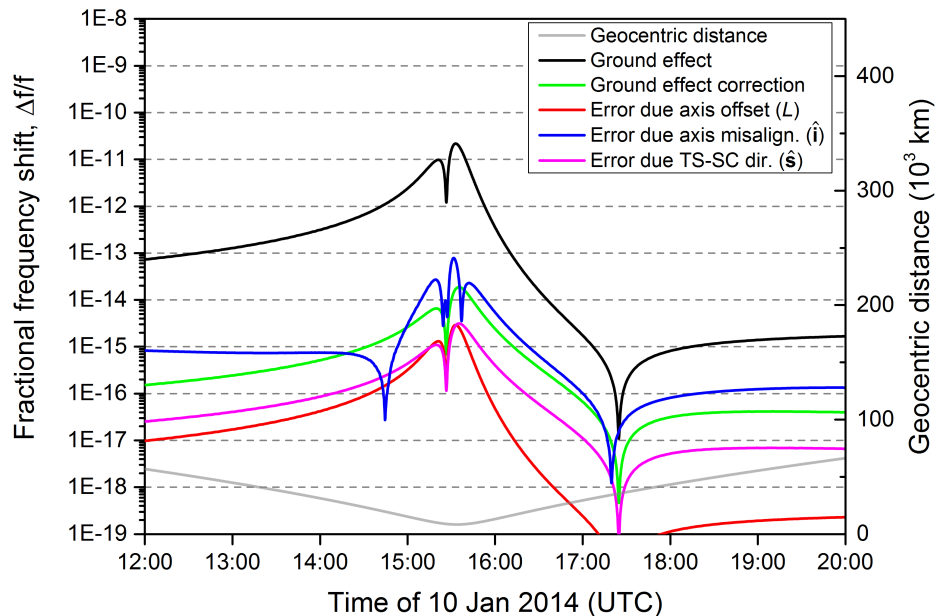
лентно 3 мм/с в терминах поправки к скорости КА. Очевидно, столь большая поправка важна не только для высокоточных экспериментов, но и для задачи определения орбиты КА в целях его технического сопровождения. Чтобы проиллюстрировать этот факт, баллистическим центром ИПМ были сгенерированы по нашей просьбе две орбиты, которые в т.ч. были основаны на данных наблюдений около перигея 19.01.2014 03:50–08:00 UTC (код эксперимента gaks04c), выполненных с помощью НСС Грин Бенк: одна – без учета эффекта ДФЦ (как бортовой, так и наземной антенн) и вторая – с учетом бортового и наземного эффектов. Невязки частотных измерений сигнала нисходящей линии связи 8.4 ГГц, то есть разности между измеренными и расчетными значениями частоты, соответствующие этим двум орбитам, представлены на Рис. 2.11. Видно, что при учете эффекта ДФЦ антенн модель существенно лучше согласуется с результатами наблюдений.

## 2.4 Будущие проекты

КРСДБ оказалась крайне полезным инструментом для радиоастрономии, и РадиоАстрон, ставший уже вторым проектом подобного рода (после VSOP [93]), несомненно, не будет последним. Разрабатывается несколько концепций следующего поколения подобных космических обсерваторий [82]. Большинство из них имеют схожие черты с проектом РадиоАстрон: высокая эллиптическая орбита КА (для охвата большого диапазона проекций интерферометрических баз), высокостабильный бортовой стандарт частоты (для когерентной оцифровки и временной привязки наблюдательных данных) и бортовая остронаправленная зеркальная антенна диаметром более 1 м для передачи больших объемов собранных данных на Землю.

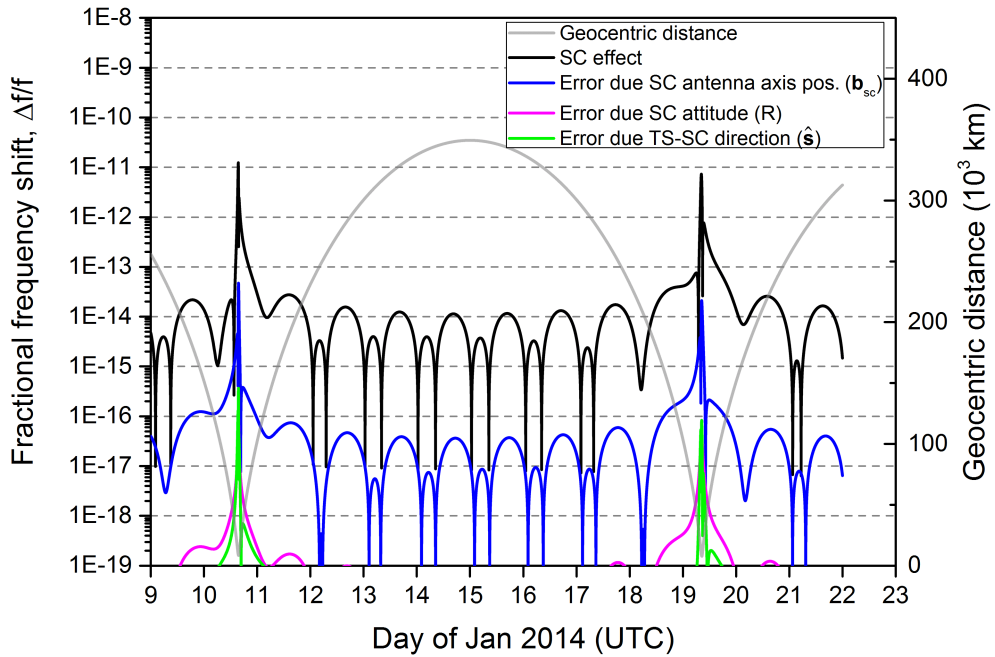


(a)

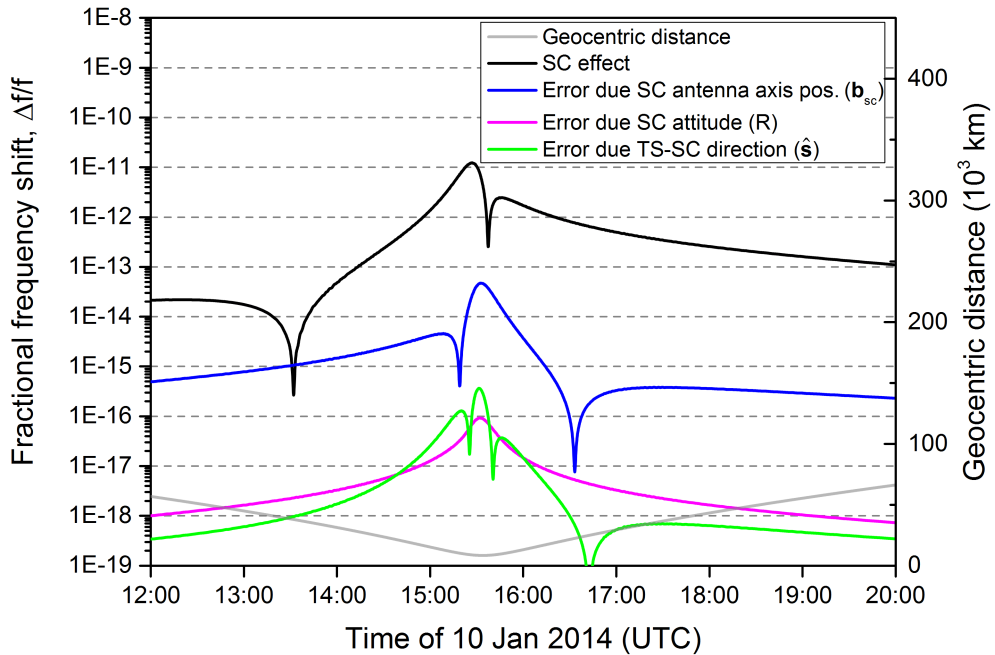


(b)

Рис. 2.7: Эффект ДФЦ для наземной антенны НСС Грин Бенк при слежении за КА РадиоАстрон во время эпохи А (низкий перигей): (а) 9–23 января 2014; (б) перигей 10 января 2014. Эффект ДФЦ антенны (Ground effect) вычислен с помощью (2.20). Расстояние от КА до центра Земли (Geocentric distance) соответствует значениям на правой вертикальной шкале. Поправка к наземному эффекту (ground effect correction) – ошибка оценки эффекта ДФЦ, которая возникает при его расчете с помощью нештрихованного аналога уравнения (2.20), в котором вместо значения угла  $\theta'$  (для антенны NRAO140 – склонения), соответствующего истинному положению КА, используется фактическое его значение  $\theta$ . Также приведены вклады в погрешность оценки эффекта ДФЦ следующих источников ошибок (см. Таблицу 2.2): неопределенности расстояния между осями наземной антенны (Error due axis offset ( $L$ )), отклонения направления оси наземной антенны от номинального (Error due axis misalign. ( $\hat{i}$ )) и неопределенности направления НСС–КА за счет неопределенности положения КА (Error due TS-SC dir. ( $\hat{s}$ )). Ограничения по видимости КА и ориентации наземной антенны не учитываются. По горизонтальной оси: (а) дни января 2014 г.; (б) время 10 января 2014 г. (UTC). По левой вертикальной оси – относительное смещение частоты сигнала, по правой вертикальной – расстояние от КА до центра Земли (тыс. км).

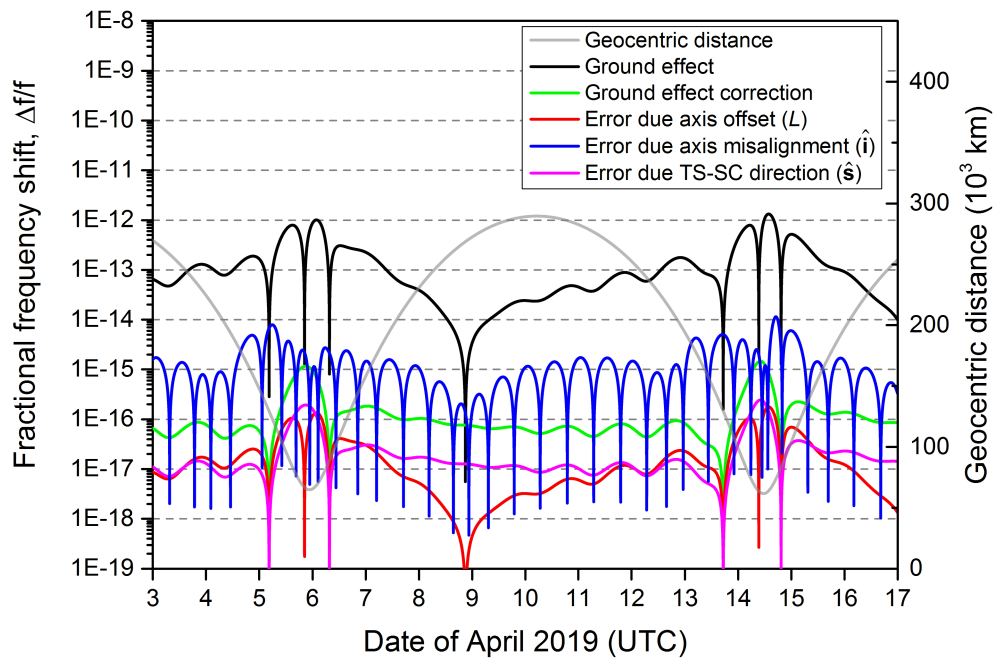


(a)

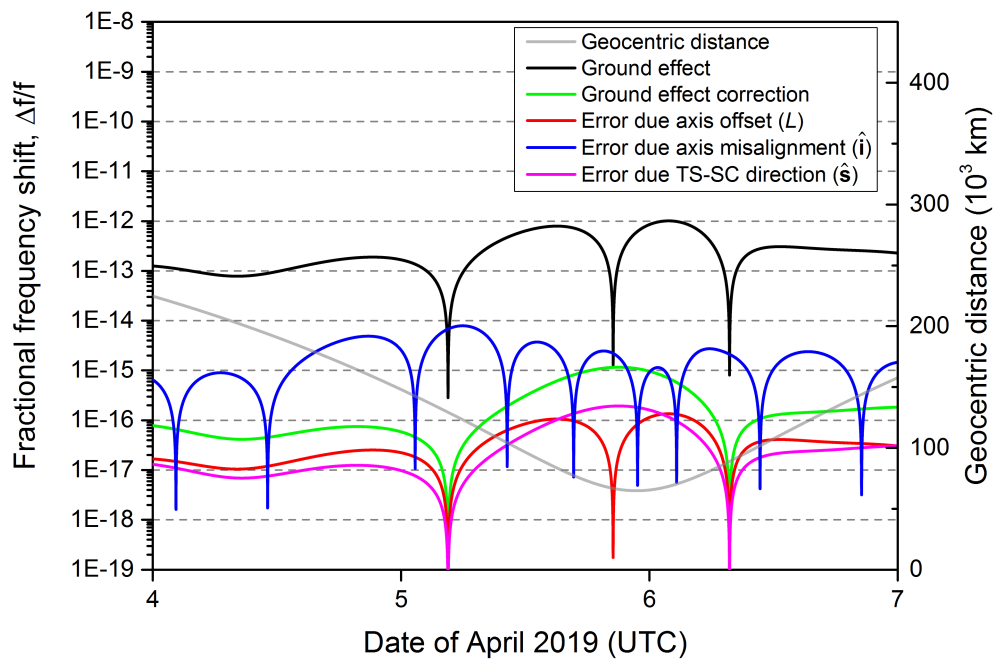


(b)

Рис. 2.8: Эффект движения фазового центра для бортовой антенны КА РадиоАстрон при слежении за НСС Грин Бенк во время эпохи А (низкий перигей): (а) 9–23 января 2014; (б) перигей 10 января 2014 г. Эффект ДФЦ антенны (SC effect) вычислен с помощью (2.29) при  $R = 1$ . Расстояние от КА до центра Земли (Geocentric distance) соответствует значениям на правой вертикальной шкале. Приведены вклады в погрешность оценки эффекта ДФЦ следующих источников ошибок (см. Таблицу 2.2): неопределенности положения точки пересечения осей антенны КА относительно его центра масс (Error due SC antenna axis pos. ( $\mathbf{b}_{sc}$ )), неточности знания ориентации КА (Error due SC attitude ( $R$ )) и неопределенности направления НСС–КА за счет неопределенности положения КА (Error due TS-SC direction ( $\hat{\mathbf{s}}$ )). Отметим, что хотя предполагается постоянная ориентация КА в инерциальной системе отсчета,  $R = 1$ , допускается погрешность в реализации данной ориентации,  $\delta R \neq 0$ . Ограничения по видимости КА и ориентации наземной антенны не учитываются. По горизонтальной оси: (а) дни января 2014 г.; (б) время 10 января 2014 г. (UTC). По левой вертикальной оси – относительное смещение частоты сигнала, по правой вертикальной – расстояние от КА до центра Земли (тыс. км).

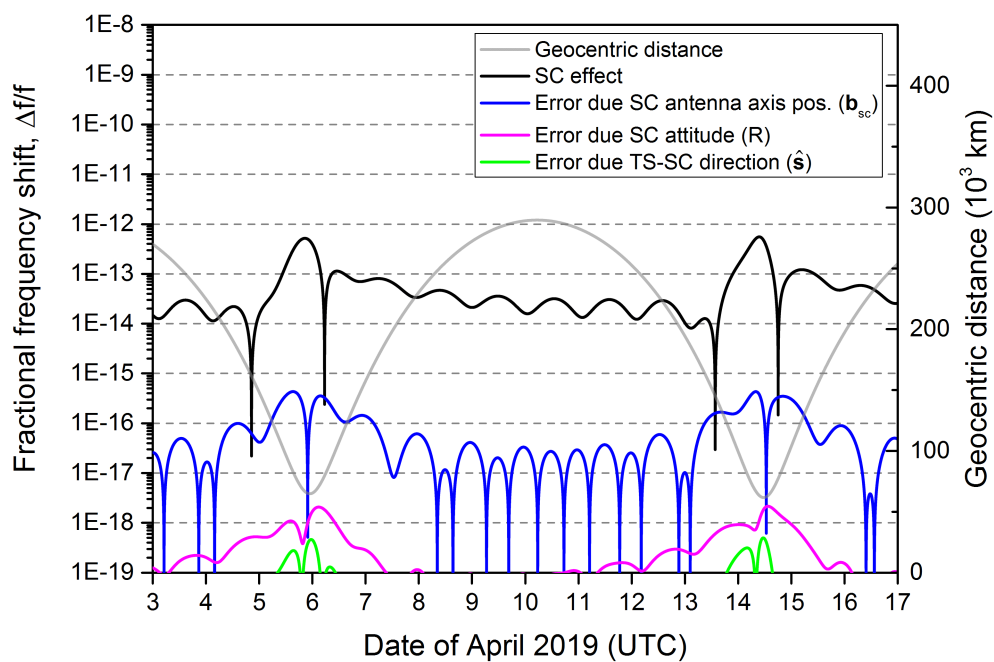


(a)

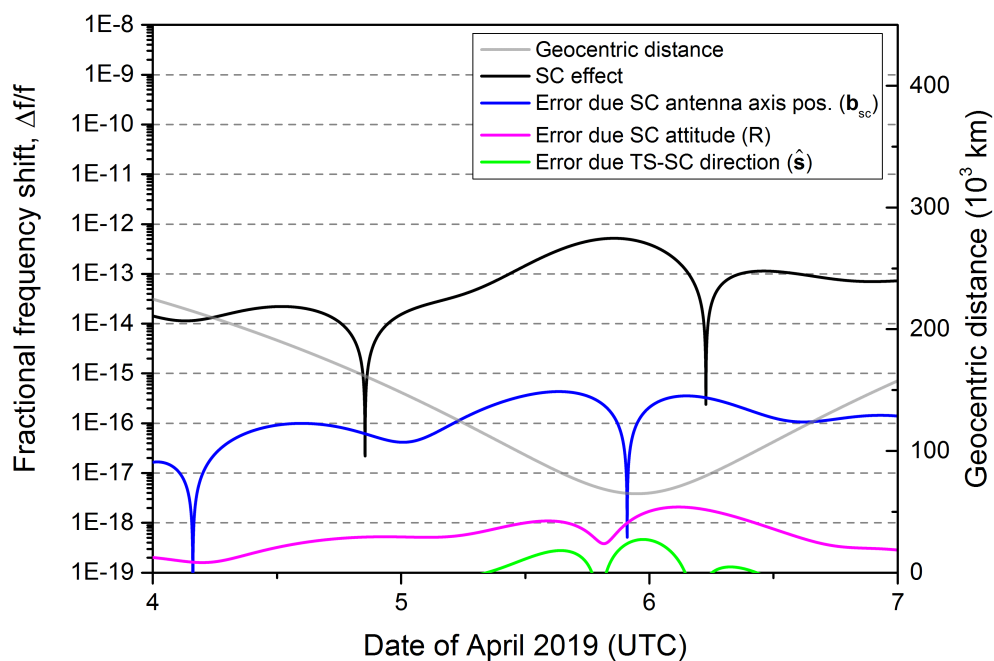


(b)

Рис. 2.9: Эффект движения фазового центра для наземной антенны НСС Грин Бенк при слежении за КА РадиоАстрон во время эпохи В (высокий перигей): (a) 3–17 апреля 2019; (b) перигей 5 апреля 2019 г. Пояснения к легенде и подписям осей см. в подписи к Рис. 2.7.

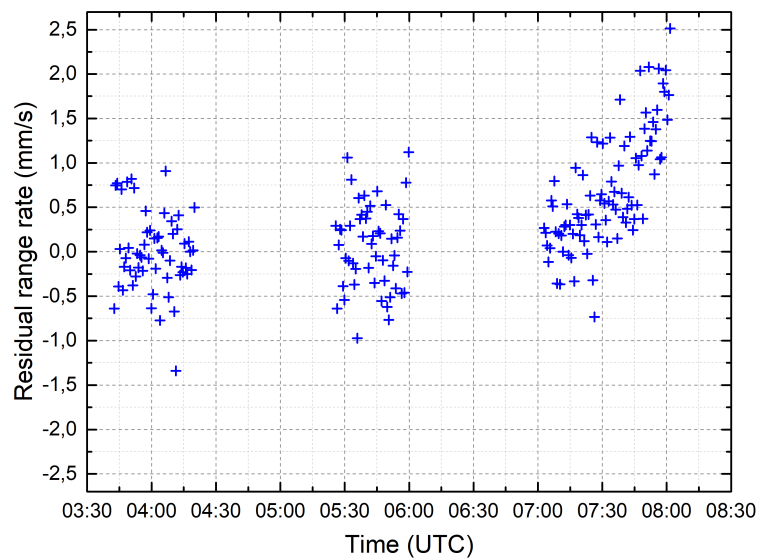


(a)

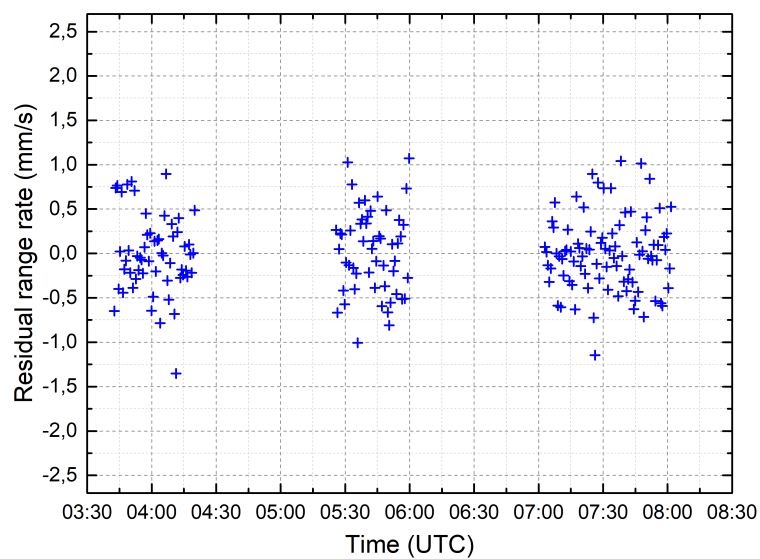


(b)

Рис. 2.10: Эффект ДФЦ для бортовой антенны КА РадиоАстрон при слежении за НСС Грин Бенк во время эпохи В (высокий перигей): (a) 3–17 апреля 2019; (b) перигей 5 апреля 2019 г. Пояснения к легенде и подписям осей см. в подписи к Рис. 2.8.



(a)



(b)

Рис. 2.11: Невязки частоты однопутевого сигнала 8.4 ГГц, посланного КА РадиоАстрон и принятого НСС Грин Бенк 19 января 2014 г.: (a) эффект ДФЦ антенн не учтен; (b) учтен эффект ДФЦ как наземной, так и бортовой антенны. В данном случае основной вклад в смещение частоты сигнала вносит эффект ДФЦ бортовой антенны. По горизонтальной оси – время по шкале UTC 19 января 2014 г., по вертикальной – невязки частотных измерений в виде поправки к радиальной скорости КА (мм/с).

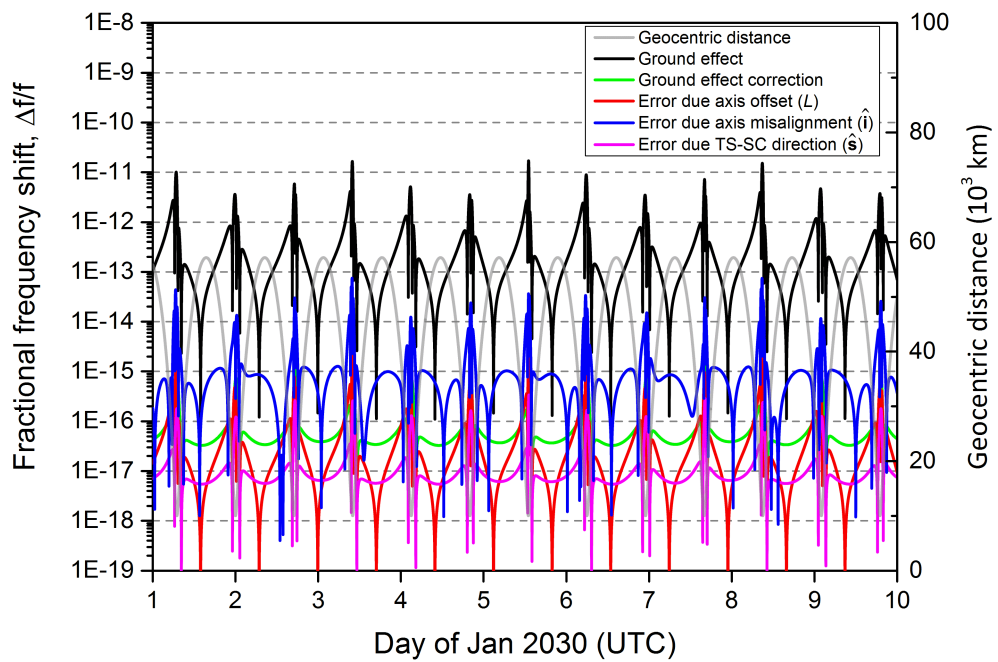
Поэтому следует ожидать, что выводы, сделанные нами выше для КА РадиоАстрон, окажутся справедливы и в отношении будущих подобных проектов. Однако, поскольку орбиты КА, которые в настоящий момент рассматриваются для будущих проектов, как правило, имеют менее вытянутый характер, чем у РадиоАстрона, представляет интерес проверить, насколько общими являются полученные нами результаты, представленные в разделе 2.3.

Чтобы ответить на этот вопрос, мы повторили вычисления предыдущего раздела для КА с параметрами орбиты, приведенными в таблице 2.5. Эти параметры аналогичны параметрам проекта, предложенного в [84]. По сравнению с РадиоАстроном эта орбита является не эволюционирующей, имеет меньший эксцентриситет и меньший период. Для удобства сравнения со случаем КА РадиоАстрон мы провели оценки для той же наземной антенны, 43-метровой NRAO140 НСС Грин Бенк (Таблица 2.3). Мы также использовали те же самые значения для погрешностей, характеризующих наземную антенну (Таблица 2.2). Для КА мы приняли те же значения для компонент вектора смещения фиксированной оси бортовой антенны  $\mathbf{b}$  (2.32), но предположили, что их точность в 5 раз лучше. Мы также предположили 10-кратное улучшение точности знания ориентации КА и направления НСС–КА. Все эти значения являются предварительными и выбраны нами на основании анализа текущего состояния технологических разработок в соответствующих областях. Предположение о лишь 10-кратном увеличении точности знания направления НСС–КА может показаться слишком консервативным, ввиду наличия таких высокоточных технологий, как лазерная спутниковая дальнометрия и бортовые приемники глобальных навигационных спутниковых систем. Тем не менее, мы имеем в виду, что в настоящее время обе эти технологии обладают ограниченными возможностями применения к КА на высоких орбитах [94].

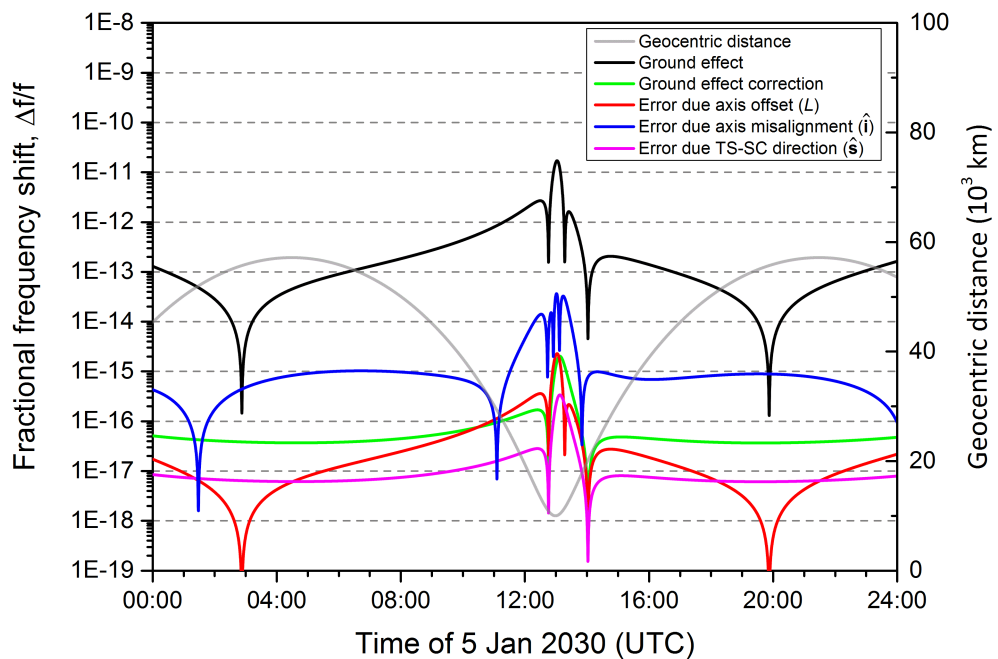
Результаты наших расчетов, проведенных для произвольно выбранного интервала 1–10 января 2030 г., показаны на Рис. 2.12 и 2.13. Величина эффекта ДФЦ для наземных и бортовых антенн сравнима со случаем РадиоАстрона. Поправка к наземному эффекту, содержащаяся в уравнении (2.20), уменьшилась в соответствии с нашим предположением о более высокой точности орбиты. Другие ошибки также уменьшились в соответствии с улучшением точностей соответствующих параметров. Однако, ошибка оценки бортового эффекта за счет неточности знания вектора  $\mathbf{b}$  все еще недопустимо велика для высокоточных экспериментов,  $\sim 5 \times 10^{-15}$ , равно как и ошибка оценки наземного эффекта, возникающая из-за неопределенности в расстоянии между осями наземной антенны,  $\sim 3 \times 10^{-15}$ .

Резюмируя, мы можем сделать вывод, что результаты, полученные нами для случая КА РадиоАстрон, в целом оказываются справедливыми и для обсуждаемых в настоящее время будущих проектов КРСДБ. Эффект ДФЦ антенн по-прежнему оказывается настолько большим, что его необходимо учитывать при расчете орбиты КА даже в целях его технического сопровождения. Ошибки оценки эффекта можно, по-видимому, считать пренебрежимо малыми для



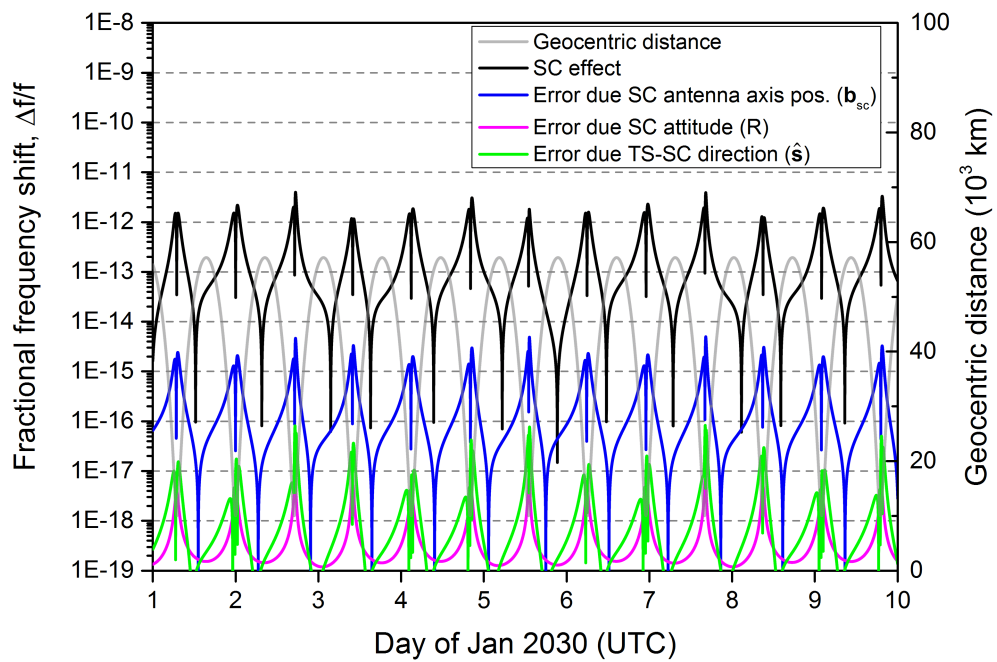


(a)

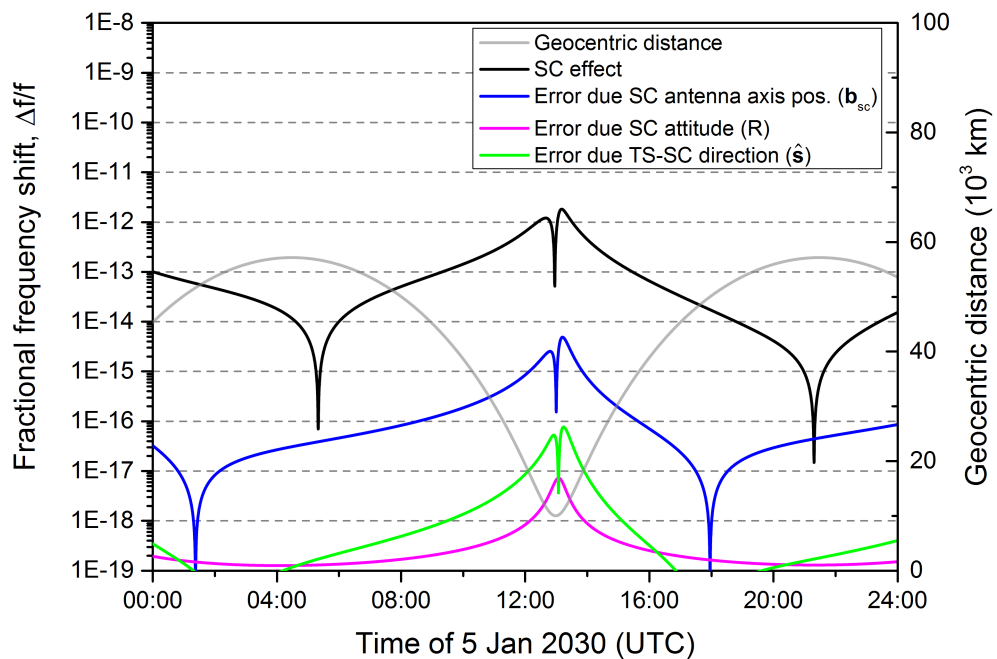


(b)

Рис. 2.12: Эффект ДФЦ для наземной антенны НСС Грин Бенк при слежении за КА возможного будущего проекта КРСДБ: (а) 1–10 января 2030; (б) перигей 5 января 2030. Пояснения к легенде и подписям осей см. в подписи к Рис. 2.7.



(a)



(b)

Рис. 2.13: Эффект движения фазового центра для бортовой антенны КА возможного будущего проекта КРСДБ при слежении за НСС Грин Бенк: (а) 1–10 января 2030; (б) перигей 5 января 2030. Пояснения к легенде и подписям осей см. в подписи к Рис. 2.8.

задачи определения орбиты КА с целью сопровождения проекта. Однако, они по-прежнему слишком велики для проведения высокоточных экспериментов по доплеровскому слежению за КА, оснащенными современными стандартами частоты и времени со стабильностью  $\sim 10^{-15}$  и выше.

Перигей	10 000 км
Апогей	57 131 км
Период	17.0 ч
Эксцентриситет	0.7
Наклонение	28.5°
Долгота восх. узла	220.0°
Ср. аномалия на эпоху	0.0°
Аргумент перицентра	0.0°
Эпоха	01/01/2030 00:00:00 UTC

Таблица 2.5: Выбранные значения параметров орбиты космического аппарата будущего проекта КРСДБ.

## 2.5 Компенсация эффекта движения фазового центра антенны

В разделах 2.3 и 2.4 мы показали, что, как эффект ДФЦ антенны, так и ошибки его оценки оказываются значительными для экспериментов, которые требуют измерения частот сигналов со стабильностью выше  $\sim 10^{-14}$ . (Здесь, как и в других подобных местах, мы часто не указываем, на каком времени накопления достигается указанная стабильность, т.к. оно зависит от типа стандарта частоты.) В настоящем разделе мы рассмотрим подход, который позволяет значительно уменьшить влияние эффекта ДФЦ антенны на частоту принимаемых и передаваемых сигналов и который оказывается возможным в том случае, если КА и НСС могут одновременно обмениваться сигналами в одно- и двухпутевом режимах. Все уравнения, полученные нами в разделе 2.2, относятся к однопутевому режиму, т.е. когда КА передает сигнал, а НСС его принимает. В двухпутевом режиме, или, иначе, в режиме петли фазовой синхронизации, сигнал передается антенной НСС, затем принимается КА, затем когерентно ретранслируется обратно и, наконец, принимается НСС. Чтобы получить уравнение для относительного смещения частоты двухпутевого сигнала, возникающего из-за эффекта ДФЦ, необходимо просуммировать соответствующие смещения частоты восходящего и нисходящего сигналов, принимая во внимание конечное время их распространения и небольшое изменение направления распространения сиг-

нала при его движении в обратном направлении:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_{2w}^{(\text{pcm})}}{f} = & \pm \frac{L}{c} \left( \sin \theta'_{12}(t_1) \cdot \dot{\theta}'_{12}(t_1) + \sin \theta'_{32}(t_3) \cdot \dot{\theta}'_{32}(t_3) \right) \\ & + \frac{\mathbf{b}' \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}'_{12}(t_1)}{c} + \frac{\mathbf{b}' \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}'_{32}(t_3)}{c} + O(\delta\theta^2) + O(\delta\mathbf{s}^2). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Здесь  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  обозначают моменты, соответственно, передачи сигнала НСС, приема и ретрансляции сигнала КА, приема сигнала НСС (Рис. 2.14). Единичный вектор  $\hat{\mathbf{s}}'_{12}(t_1)$  указывает направление распространения сигнала на восходящем участке, а  $\hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_2)$  указывает в направлении, обратном направлению распространения сигнала на нисходящем участке. Два угла  $\theta'$ , соответствующих наземной антенне, определены как:

$$\theta'_{12}(t_1) = \frac{\pi}{2} - \angle(\hat{\mathbf{s}}'_{12}(t_1), \hat{\mathbf{i}}(t_1)), \quad (2.34)$$

$$\theta'_{32}(t_3) = \frac{\pi}{2} - \angle(\hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_3), \hat{\mathbf{i}}(t_3)). \quad (2.35)$$

Остальные обозначения были введены в разделе 2.2. Заметим, что в (2.33) члены, соответствующие КА, входят с положительным знаком, т.к. направление распространения сигналов на обоих участках выбрано противоположным по отношению к выбору, сделанному в уравнениях (2.27) и (2.28). Также заметим, что мы не можем опустить у  $\theta'$  нижние индексы, поскольку, например,  $\theta'_{12}(t_3)$  и  $\theta'_{32}(t_3)$  – это разные углы наведения антенны, которые соответствуют положениям КА соответственно в будущем и прошлом относительно момента  $t_3$ .

При выводе уравнения (2.33) нами было сделано несколько допущений. Во-первых, это допущение о малости ошибок наведения, которое является базовым для всего нашего анализа. Далее, мы предположили, что задержки сигнала в бортовой аппаратуре пренебрежимо малы (в действительности они могут достигать  $\sim 1$  мкс). Мы также предположили равенство номинальной частоты  $f$  сигналов в восходящей и нисходящей линиях. В действительности они, как правило, различаются, чтобы избежать самовозбуждения антенны (для Радио-Астрона они составляют 7.4 ГГц для восходящей и 8.4 и 15 ГГц для нисходящей двухчастотной линии). Оба этих упрощающих предположения можно отбросить, и они не меняют окончательных выводов. Наконец, мы не учитывали атмосферную рефракцию. Отклонение луча за счет нее может быть значительным для наблюдений при малых углах места наземной антенны, например  $\delta\theta \sim 0.1^\circ$  для угла места  $6^\circ$  [88]. Однако, поскольку восходящий и нисходящий сигналы отклоняются практически на одинаковую величину,  $\delta\theta_{12} = \delta\theta_{32}$ , рефракционные поправки к углам наведения наземной антенны,  $\theta'_{12}$  и  $\theta'_{32}$ , которые можно было бы ввести в уравнение (2.33) и приведенное ниже уравнение (2.36), сокращаются в основном результате данного раздела, содержащемся в уравнении (2.42).

Если, помимо ретрансляции сигнала, полученного от НСС, КА также передает однопутевой сигнал, синхронизированный по бортовому стандарту частоты, то для смещения частоты этого сигнала, принимаемого НСС в момент времени  $t_3$ , имеем:

$$\frac{\Delta f_{1w}^{(\text{pcm})}}{f} = \pm \frac{L}{c} \sin \theta'_{32}(t_3) \cdot \dot{\theta}'_{32}(t_3) + \frac{\mathbf{b}' \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}'_{32}(t_2)}{c} + O(\delta\theta^2) + O(\delta\mathbf{s}^2). \quad (2.36)$$

Опять-таки, этот сигнал обычно передается на частоте, отличной от частоты двухпутевого сигнала, но здесь мы пренебрегаем этим фактом.

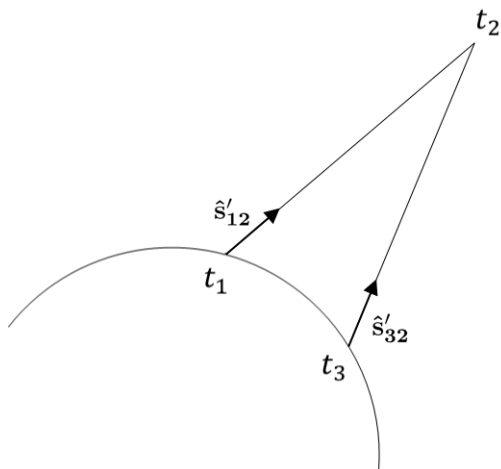


Рис. 2.14: Схема распространения двухпутевого сигнала в геоцентрической инерциальной системе отсчета. Сигнал излучается НСС в момент времени  $t_1$ , принимается и когерентно ретранслируется КА в момент времени  $t_2$  (пренебрегая задержками в бортовой аппаратуре) и, наконец, принимается НСС в момент времени  $t_3$ . За время прохождения сигнала станция слежения изменяет свое положение в рассматриваемой системе отсчета. Вектор  $\hat{\mathbf{s}}'_{12}(t_1)$  указывает направление распространения сигнала восходящей линии, вектор  $\hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_3)$  указывает в направлении, противоположном направлению распространения сигнала нисходящей линии. Атмосферная рефракция не учитывается.

Полное смещение частоты однопутевого сигнала представляет собой сумму вкладов различных факторов:

$$\Delta f_{1w} = \Delta f_{\text{kin}} + \Delta f_{\text{grav}} + \Delta f_{\text{media}} + \Delta f_{1w}^{(\text{pcm})} + \Delta f_{1w}^{(\text{other})}, \quad (2.37)$$

где  $\Delta f_{\text{grav}}$  есть гравитационный сдвиг частоты,  $\Delta f_{\text{kin}}$  – кинематический сдвиг частоты первого порядка по  $v/c$ ,  $\Delta f_{\text{media}}$  – поправка, связанная с эффектами среды распространения сигнала,  $\Delta f_{1w}^{(\text{pcm})}$  – поправка за эффект движения фазового центра, выражение для которой приведено в уравнении (2.36),  $\Delta f_{1w}^{(\text{other})}$  – вклад остальных факторов, таких как кинематические эффекты 3-го и более высокого порядка, инструментальные эффекты и др. Аналогично, для двухпутевого сигнала имеем:

$$\Delta f_{2w} = 2\Delta f_{\text{kin}} + 2\Delta f_{\text{media}} + \Delta f_{2w}^{(\text{pcm})} + \Delta f_{2w}^{(\text{other})} + \Delta f^{(\text{res})}, \quad (2.38)$$

где  $\Delta f_{2w}^{(\text{pcm})}$  – вклад эффекта ДФЦ, приведенный в (2.33), а  $\Delta f_{2w}^{(\text{other})}$  обозначает вклад прочих членов (см. выше), относящихся к двухпутевому сигналу. Отметим, что двухпутевой сигнал не испытывает гравитационного смещения частоты и с точностью до остаточных членов, сгруппированных в  $\Delta f^{(\text{res})}$ , смещение его частоты содержит удвоенные вклады за счет кинематики и среды распространения по сравнению с однопутевым сигналом. Эти остаточные члены обусловлены вариациями свойств среды на временных масштабах порядка времени распространения сигнала и пространственных масштабах порядка расстояния между траекториями сигнала восходящей и нисходящей линий. Обычно эти слагаемые на несколько порядков меньше соответствующих вкладов  $\Delta f_{\text{kin}}$  и  $\Delta f_{\text{media}}$  [1] и [A2].

Рассмотрим теперь следующую комбинацию частотных измерений одно- и двухпутевых сигналов:  $\Delta f_{1w} - \frac{\Delta f_{2w}}{2}$ . Используя (2.37) и (2.38), получаем:

$$\Delta f_{1w} - \frac{\Delta f_{2w}}{2} = \Delta f_{\text{grav}} + \Delta f_{\text{kin}}^{(\text{res})} + \Delta f_{\text{media}}^{(\text{res})} + \Delta f_{\text{pcm}}^{(\text{res})} + \Delta f_{\text{other}}^{(\text{res})}. \quad (2.39)$$

Здесь мы разделили остаточные члены из (2.38) на их составляющие за счет кинематики, среды распространения и «другие» и обозначили

$$\Delta f_{\text{pcm}}^{(\text{res})} = \Delta f_{1w}^{(\text{pcm})} - \frac{\Delta f_{2w}^{(\text{pcm})}}{2}. \quad (2.40)$$

Примечательной особенностью уравнения (2.39) является то, что в его правой части содержится гравитационное смещение частоты, испытываемое однопутевым сигналом нисходящей линии,  $\Delta f_{\text{grav}}$ , а вклады за счет нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферы отсутствуют или, более точно, уменьшены на несколько порядков по сравнению с их величиной для однопутевого сигнала. Слагаемые  $\Delta f_{\text{kin}}^{(\text{res})}$  и  $\Delta f_{\text{media}}^{(\text{res})}$  обозначают соответствующие остаточные вклады.

Важность величины (2.39) для высокоточных гравитационных экспериментов была впервые осознана и использована в проекте Gravity Probe A по измерению эффекта гравитационного красного смещения, что позволило измерить соответствующий параметр нарушения ЭПЭ с точностью  $1.4 \times 10^{-4}$  [4]. (Суборбитальный зонд, использованный в данном эксперименте, использовал ненаправленную антенну, для учета эффекта ДФЦ которой приведенные здесь формулы неприменимы.) Аналогичный подход используется в эксперименте по измерению гравитационного красного смещения с КА РадиоАстрон, а также является неотъемлемой частью концепции практически всех обсуждаемых в настоящее время будущих экспериментов по измерению гравитационного красного смещения [2].

Покажем, что остаточный эффект ДФЦ в (2.39),  $\Delta f_{\text{pcm}}^{(\text{res})}$ , значительно меньше по величине по сравнению с  $\Delta f_{1w}^{(\text{pcm})}$  и  $\Delta f_{2w}^{(\text{pcm})}$ , т.е. что он компенсируется, аналогично вкладам нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферы. Для

простоты рассмотрим случай наземной антенны с экваториальной монтировкой, так что вектор  $\hat{\mathbf{i}}$  вдоль ее главной оси не зависит от времени в геоцентрической инерциальной системе отсчета (изменением  $\hat{\mathbf{i}}$  из-за нутации и движения полюсов за время распространения сигнала можно пренебречь). Тогда, используя (2.36) и (2.33), а также разложение

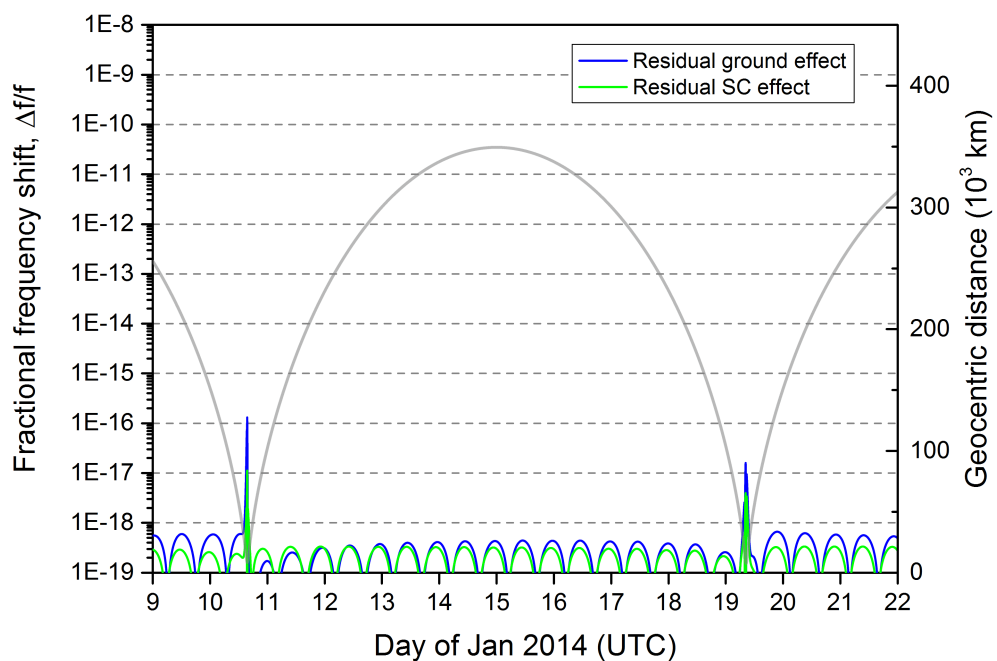
$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}'_{12}(t_1) = & \hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_3) + 2 \frac{\mathbf{v}_e(t_3)}{c} \\ & - 2 \left( \frac{\mathbf{v}_e(t_3)}{c} \cdot \hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_3) \right) \hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_3) + O \left( \frac{v_e}{c} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.41)$$

которое непосредственно следует из связи между последовательными положениями НСС и ее скоростью  $\mathbf{v}_e$  в выбранной системе отсчета, получаем:

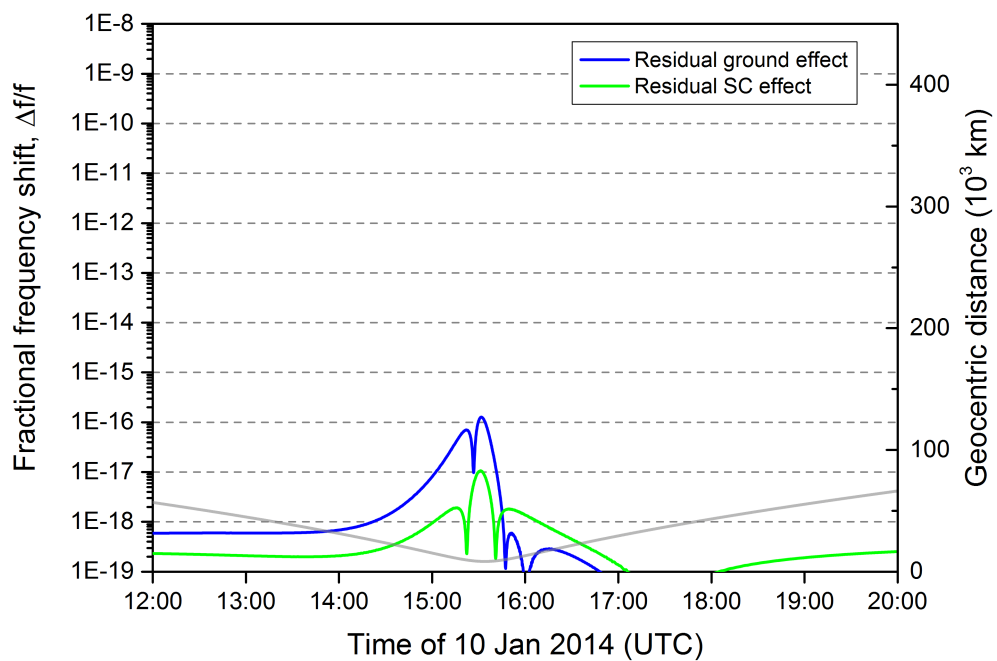
$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_{\text{pcm}}^{(\text{res})}}{f} = & \mp \frac{L}{c^2} \left\{ \frac{\dot{\theta}'}{\cos^2 \theta'} \left( (\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{s}}') \hat{\mathbf{s}}') \cdot \hat{\mathbf{i}} \right) \right. \\ & \left. + \tan \theta' \left[ \left( (\mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{s}}') \hat{\mathbf{s}}' - (\mathbf{v} \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}') \hat{\mathbf{s}}' - (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{s}}') \dot{\hat{\mathbf{s}}}') \cdot \hat{\mathbf{i}} \right) \right] \right\} \\ & - \frac{1}{c^2} \left( \mathbf{b}' \cdot \left( \mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{s}}') \hat{\mathbf{s}}' - (\mathbf{v} \cdot \dot{\hat{\mathbf{s}}}') \hat{\mathbf{s}}' - (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{s}}') \dot{\hat{\mathbf{s}}}' \right) \right) \\ & + O(\delta\theta^2) + O(\delta\mathbf{s}^2) + O(v/c)^3, \end{aligned} \quad (2.42)$$

где, для краткости, мы обозначили:  $\theta' = \theta'_{32}(t_3)$ ,  $\hat{\mathbf{s}}' = \hat{\mathbf{s}}'_{32}(t_3)$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_e(t_3)$  и  $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}_e(t_3)$ . Несмотря на то, что уравнение (2.42) выглядит довольно громоздко, легко видеть, что правая его часть имеет порядок  $c^{-2}$ . Таким образом, можно ожидать, что остаточный эффект ДФЦ антенн,  $\Delta f_{\text{pcm}}^{(\text{res})}$ , будет значительно меньше по абсолютной величине нежели его вклады в смещение частоты одно- и двухпутевых сигналов, которые, очевидно, имеют порядок  $c^{-1}$ .

Чтобы проиллюстрировать полученный результат, снова обратимся к случаю КА РадиоАстрон. На РадиоАстроне описанная выше схема компенсации была реализована не полностью, а именно, одно- и двухпутевой режимы могли работать только попеременно. Это приводит к усложнению алгоритмов обработки экспериментальных данных, но не имеет принципиального значения для наших иллюстративных целей. Остаточный эффект ДФЦ антенн для КА РадиоАстрон в эпоху низкого перигея (январь 2014 г.) показан на Рис. 2.15. Значения вычислены с помощью (2.42) в предположении одновременного слежения в одно- и двухпутевых режимах. Сравнивая Рис. 2.15 с 2.7 и 2.8, видим, что пиковые значения наземного эффекта уменьшились на 5 порядков, а бортового – на 6. Максимальные значения каждого из остаточных эффектов не превышают  $1.3 \times 10^{-16}$ . В частности, это делает их пренебрежимо малыми для эксперимента по измерению эффекта гравитационного красного смещения с КА РадиоАстрон. В будущих высокоточных экспериментах по доплеровскому слежению за КА с использованием стандартов частоты следующего поколения с точностью и стабильностью  $\sim 10^{-16}$  таким остаточным эффектом, по-видимому, нельзя будет



(a)



(b)

Рис. 2.15: Остаточный эффект ДФЦ для бортовой антенны КА РадиоАстрон и наземной антенны НСС Грин Бенк: (а) 9–23 января 2014 г.; (б) перигей 10 января 2014 г. Residual ground effect – остаточный эффект ДФЦ наземной антенны, Residual SC effect – остаточный эффект ДФЦ бортовой антенны. По горизонтальной оси: (а) дни января 2014 г.; (б) время 10 января 2014 г. (UTC). По левой вертикальной оси – относительное смещение частоты сигнала, по правой вертикальной – расстояние от КА до центра Земли (тыс. км).

пренебрегать. Однако, очевидно, его можно будет учесть с достаточной точностью с помощью уравнения (2.42).



## 2.6 Выводы

В данной главе представлены следующие результаты исследования эффекта движения фазового центра (ДФЦ) остронаправленных зеркальных антенн, его роли в высокоточных экспериментах по доплеровскому слежению за космическими аппаратами и, в частности, в эксперименте по проверке ЭПЭ с КА РадиоАстрон:

1. Разработана улучшенная модель эффекта ДФЦ остронаправленных зеркальных антенн, учитывающая возможность неточного наведения антенны на источник/приемник сигнала. Данный результат особенно важен для задачи обработки данных экспериментов по высокоточному доплеровскому слежению за КА. Используя данные экспериментов по доплеровскому слежению за КА РадиоАстрон, нами показано, что величина эффекта ДФЦ может быть весьма существенной для КА на высоких эллиптических орбитах, а именно, порядка  $10^{-11}$  в терминах относительного сдвига частоты – как для наземных антенн станций слежения, так и для бортовых антенн КА. Показано, что введенная нами поправка к уравнениям, описывающим эффект ДФЦ, для РадиоАстрона может достигать  $2 \times 10^{-14}$ .
2. При исследовании проблемы точности учета эффекта ДФЦ обнаружено, что ошибка его расчета может достигать  $4 \times 10^{-14}$ . Это существенно для высокоточных экспериментов по доплеровскому слежению за КА, например, гравитационных. Наибольший вклад в ошибку вносят неопределенности в положении точки пересечения осей вращения бортовой антенны относительно центра масс КА, расстоянии между осями наземной антенны и отклонении фиксированной относительно земли оси наземной антенны от ее номинального направления.
3. Рассмотрен случай одного из возможных будущих проектов космической РСДБ с КА на менее вытянутой по сравнению с РадиоАстроном орбите и с улучшенным бюджетом ошибок. Показано, что в этом случае как эффект ДФЦ, так и ошибки его оценки по-прежнему остаются неприемлемо большими для высокоточных экспериментов по доплеровскому слежению за КА.
4. Показано, что вклад эффекта ДФЦ антенн можно значительно уменьшить в случае наличия одно- и двухпутевой линий связи со спутником и совместно обрабатывая данные одно- и двухпутевых частотных измерений. В случае с КА РадиоАстрон это приводит к компенсации как наземного, так и бортового эффектов ДФЦ до уровня менее  $1 \times 10^{-16}$ , что позволяет не учитывать эффект ДФЦ в эксперименте по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон. Проведенное исследование также обосновывает возможность использования антенн данного типа в будущих высокоточных экспериментах по доплеровскому слежению за КА.

## Глава 3

# Проверка эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ) с помощью доплеровского слежения за космическим аппаратом (КА) РадиоАстрон

Данная глава посвящена описанию концепции и методологии эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон, способам компенсации нерелятивистского эффекта Доплера, в т.ч. разработанной с участием автора схемы компенсации на основе смешанного режима синхронизации линий связи с КА, а также результатам обработки части собранных экспериментальных данных – однопутевых доплеровских измерений, полученных во время сеансов радиоастрономических наблюдений. Все результаты данной главы, включая все рисунки и таблицы, опубликованы в работах [A1, A2, A3]. Личный вклад автора в данную работу указан во Введении к диссертации.

### 3.1 Общее описание эксперимента

Суть эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон состоит в слежении за изменением частоты его бортового водородного стандарта под воздействием гравитационного поля, изменяющегося при движении КА по эллиптической орбите, и использовании измеренного гравитационного смещения частоты для оценки параметров нарушения ЭПЭ с помощью теоретической модели эффекта. Как показано в разделе 1.2.1, наиболее общей такой моделью

является:

$$\frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} = \frac{U_{\text{E}}^{(1)} - U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \frac{\varepsilon_{\text{E}}^{(1)} U_{\text{E}}^{(1)} - \varepsilon_{\text{E}}^{(2)} U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \frac{\varepsilon_{\text{S}}^{(1)} U_{\text{S}}^{(1)} - \varepsilon_{\text{S}}^{(2)} U_{\text{S}}^{(2)}}{c^2} + \frac{\varepsilon_{\text{M}}^{(1)} U_{\text{M}}^{(1)} - \varepsilon_{\text{M}}^{(2)} U_{\text{M}}^{(2)}}{c^2} + \dots, \quad (3.1)$$

где верхний индекс различает часы, а нижний – источники гравитационного поля: E для Земли, S для Солнца, M для Луны, многоточие обозначает аналогичные слагаемые для других массивных тел Солнечной системы. В предположении равенства всех параметров нарушения ЭПЭ (3.1) принимает вид:

$$\frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} = \frac{U_{\text{E}}^{(1)} - U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \varepsilon \left( \frac{U_{\text{E}}^{(1)} - U_{\text{E}}^{(2)}}{c^2} + \frac{U_{\text{S}}^{(1)} - U_{\text{S}}^{(2)}}{c^2} + \frac{U_{\text{M}}^{(1)} - U_{\text{M}}^{(2)}}{c^2} + \dots \right), \quad (3.2)$$

где  $\varepsilon$  – параметр нарушения ЭПЭ, который необходимо определить

В гравитационном эксперименте с РадиоАстроном разность гравитационных потенциалов между стандартами частоты не равна нулю, поэтому он относится к «классическому» типу экспериментов по измерению эффекта гравитационного замедления времени (раздел 1.1.6). Возможны два подхода в реализации таких экспериментов. Первый основан на измерении полной величины эффекта гравитационного замедления времени между двумя стандартами (или гравитационного смещения частоты передаваемых сигналов). Данный подход требует применения стандартов частоты с высокой метрологической точностью и обычно реализуется в экспериментах с атомными часами, расположенными на разной высоте на поверхности Земли (см., например, [63]). Также данный подход планируется реализовать в эксперименте ACES [61]. Второй подход основан на модуляции эффекта гравитационного замедления времени и требует использования стандартов с высокой стабильностью. Данный подход был впервые реализован в эксперименте Gravity Probe A и затем GREAT. Модуляционный подход обладает существенным преимуществом по сравнению с подходом, основанном на измерении полной величины эффекта, так как позволяет устранить значительную часть возникающих в подобного рода измерениях систематических ошибок. Гравитационный эксперимент с КА РадиоАстроном основан на модуляционном подходе.

КА РадиоАстроном был оборудован бортовым водородным стандартом частоты (БВСЧ) ВЧ-1010 активного типа производства компании «Время-Ч». Аллановская девиация частоты – одна из важнейших характеристик стандартов частоты [95], являющаяся мерой стабильности частоты их выходного сигнала, – приведена на Рис. 3.1 в сравнении с аналогичной характеристикой для стандарта VLG-10 проекта Gravity Probe A. Видно, что на всех временах усреднения ВЧ-1010 обладает лучшей стабильностью, чем VLG-10. По параметру стабильности на средних (10–3600 с) и больших (>1 ч) временах усреднения ВЧ-1010 до

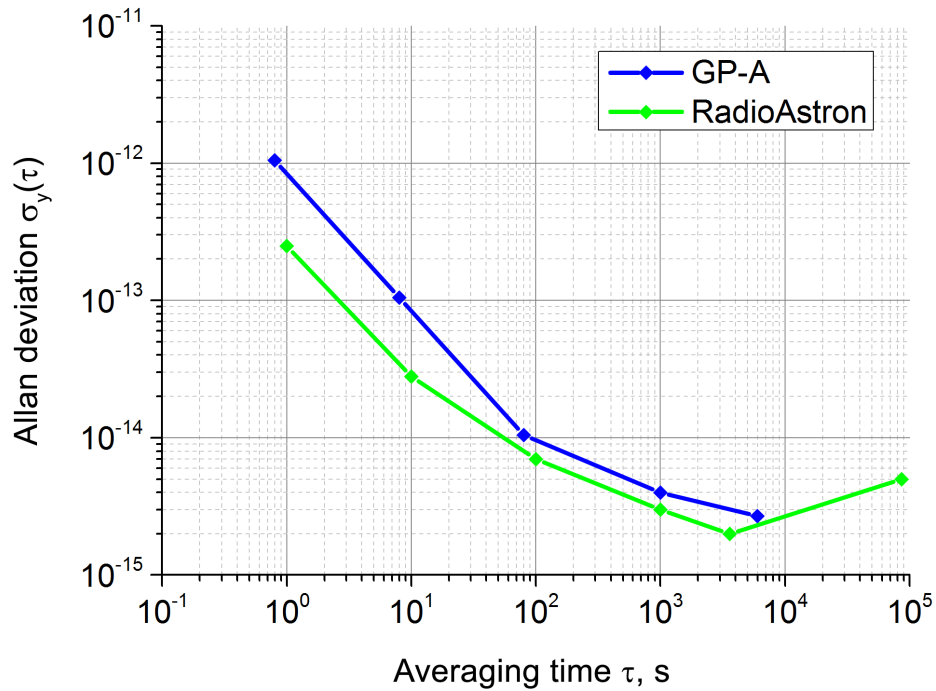


Рис. 3.1: Сравнение стабильностей (аллановской девиации частоты, ADEV) бортового водородного стандарта частоты КА РадиоАстрон, ВЧ-1010 (RadioAstron) и водородного стандарта частоты проекта Gravity Probe A, VLG-10 (GP-A). По горизонтальной оси – время усреднения (с), по вертикальной – аллановская девиация относительной частоты.

настоящего момента остается наиболее совершенным водородным стандартом из когда-либо работавших на борту космических аппаратов, включая пассивные водородные стандарты КА Galileo [96].

Как упоминалось в разделе 1.4.1, орбита КА РадиоАстрон претерпевает существенные изменения за счет гравитационного воздействия Луны и других факторов. Эволюция наиболее существенных для гравитационного эксперимента элементов орбиты КА – периода, перигея и апогея – приведена на Рис. 1.6 и 1.5. Другие элементы орбиты также претерпевают существенные изменения [11], что отражалось на условиях видимости КА и возможности проведения с его помощью радиоастрономических и гравитационных наблюдений. Орбита РадиоАстро́на обеспечивает значительную модуляцию эффекта гравитационного замедления времени (Рис. 3.2), что благоприятно для проведения эксперимента по проверке ЭПЭ путем измерения данного эффекта с помощью стандартов частоты, обладающих высокой стабильностью на средних и больших временах усреднения. Однако, период орбиты является существенно большим, чем оптимальный для подобных экспериментов, что приводит к достаточно медленному росту точности эксперимента с течением времени. Как показано нами в разделе 1.3.2 для эксперимента с двумя спутниками, при использовании стандарта ВЧ-1010 оптимальное значение периода орбиты составляет  $\sim 4\text{--}5$  ч (при высоте перигея  $\sim 1000$  км над поверхностью Земли). В случае наземно-космического эксперимента оптимальное значение периода орбиты, очевидно, имеет тот же порядок величины.

В разделе 1.2 нами показано, что для оценки точности экспериментов по

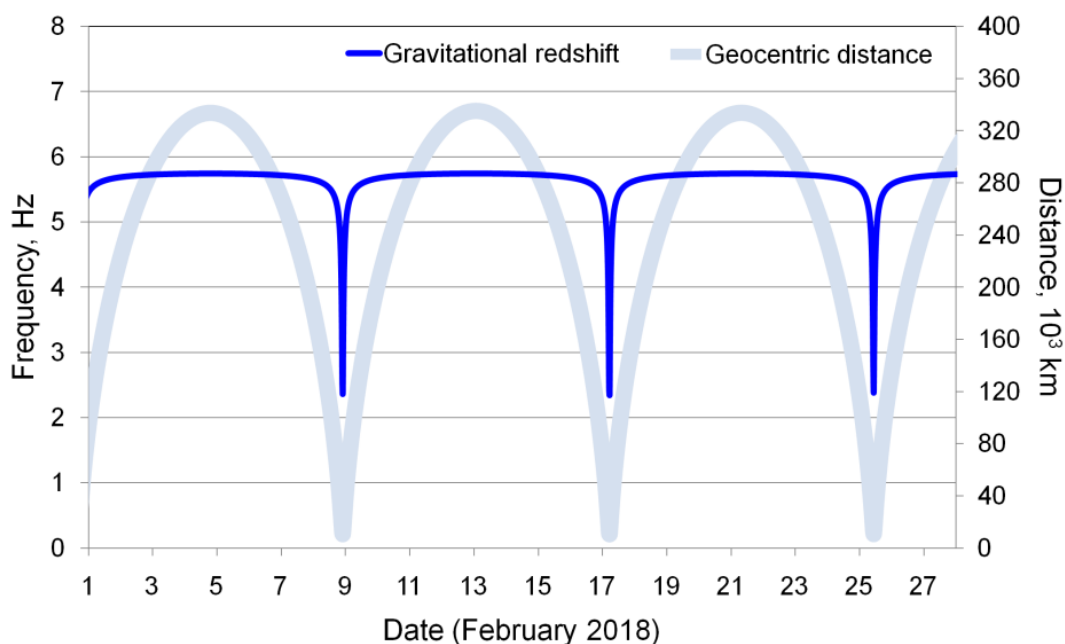


Рис. 3.2: Модуляция гравитационного смещения частоты сигнала 8.4 ГГц нисходящей линии связи КА РадиоАстрон при его движении по орбите в эпоху низкого перигея. Gravitational redshift – гравитационное красное смещение, Geocentric distance – расстояние от центра Земли. По горизонтальной оси – дни февраля 2018 г., по левой вертикальной – частота (Гц), по правой – расстояние от центра Земли (тыс. км).

проверке ЭПЭ необходима более полная информация о шумовых параметрах стандарта частоты, чем та, которая содержится в его аллановской девиации, а именно, спектральная плотность мощности (СПМ) шумов его выходного сигнала. Для ВЧ-1010 она приведена в Таблице 1.1. С помощью этой характеристики в разделе 1.4.2 нами было показано, что точность эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон в случае непрерывного проведения наблюдений могла бы составить не менее  $5 \times 10^{-6}$ . Однако, непрерывное слежение за частотой бортового стандарта в случае с КА РадиоАстрон было невозможно в силу целого ряда ограничений: по видимости КА наземными станциями слежения; ограничений на возможные ориентации КА относительно Земли, Солнца и Луны; тепловых ограничений на длительность сеансов связи; необходимости разделения наблюдательного времени космического радиотелескопа с другими научными программами проекта РадиоАстрон. С учетом этих ограничений и реально проведенных наблюдений наше ожидание итоговой точности эксперимента по результатам обработки всех собранных экспериментальных данных составляет  $\sim 10^{-5}$  [A2].

### 3.2 Передача высокостабильного сигнала бортового стандарта частоты на Землю

Синхронизированные от бортового водородного стандарта КА РадиоАстрон сигналы передавались на Землю по радиопередачам, где их частота сравнивалась

с частотой наземных водородных стандартов. Прием сигналов с КА осуществлялся на наземных станциях слежения (НСС) проекта РадиоАстрон в Пушино и Грин Бенке, а также на радиотелескопах нескольких наземных радиоастрономических обсерваторий. При передаче сигнала бортового стандарта по радиолинии его частота при приеме на НСС оказывается смещенной как в силу исследуемого гравитационного эффекта, так и ряда других факторов:

$$\Delta f_{1w} = f \left( -\frac{\dot{D}}{c} - \frac{v_s^2 - v_e^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n})^2 - (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n})}{c^2} \right) + \Delta f_{\text{grav}} + \Delta f_{\text{ion}} + \Delta f_{\text{trop}} + \Delta f_{\text{fine}} + \Delta f_0 + O\left(\frac{v}{c}\right)^3, \quad (3.3)$$

где  $\Delta f_{\text{grav}}$  – гравитационный сдвиг частоты,  $\mathbf{v}_s$  и  $\mathbf{v}_e$  – скорости КА и НСС в геоцентрической инерциальной системе отсчета,  $\dot{D}$  – радиальная скорость КА относительно НСС,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении, обратном направлению распространения сигнала по трассе КА – НСС,  $\Delta f_{\text{ion}}$  и  $\Delta f_{\text{trop}}$  – ионосферный и тропосферный сдвиги частоты,  $\Delta f_{\text{fine}}$  – «тонкие» эффекты (эффекты движения фазового центра антенн, инструментальные и т.п.),  $\Delta f_0$  – отстройка частоты между бортовым и наземным стандартами.

При использовании уравнения (3.3) для определения гравитационного смещения частоты возникает две основные трудности. Первая связана с проблемой определения отстройки  $\Delta f_0$  частоты бортового стандарта относительно наземного. Данная проблема имеет место лишь для стандартов частоты, не обладающих высокой метрологической точностью, таких как водородные мазеры. Например, для ВЧ-1010 относительная погрешность по частоте составляет  $3 \times 10^{-13}$  [A1]. Кроме того, водородные стандарты подвержены долговременному дрейфу, поэтому отстройка  $\Delta f_0$  в эксперименте с РадиоАстроном должна рассматриваться как медленная функция времени. Для определения эволюции  $\Delta f_0$  нами была проведена серия калибровочных сеансов связи с КА РадиоАстрон приблизительно на одинаковой дальности. Предварительные результаты обработки этих сеансов показывают, что дрейф  $\Delta f_0/f$  составляет значительную величину,  $\sim 4 \times 10^{-14}/\text{сут}$  (Рис. 3.3), которую необходимо учитывать при обработке данных специализированных гравитационных сеансов (см. ниже). Тем не менее, в представленных в разделе 3.6 результатах обработки однопутевых частотных измерений величина  $\Delta f_0$  и ее дрейф не учитываются по причине дифференциального подхода к обработке и их малости по сравнению с ошибкой расчета нерелятивистского эффекта Доплера.

Вторая проблема, возникающая при попытке непосредственного использования формулы (3.3) для измерения гравитационного смещения частоты, связана с нерелятивистским эффектом Доплера,  $-\dot{D}/c$ . Данный эффект вносит наибольший вклад в смещение частоты посылаемого с КА сигнала, его относительная величина достигает  $\Delta f/f \sim 2 \times 10^{-5}$ . Выделение на его фоне гравитационного эффекта,  $\Delta_{\text{grav}} f/f \sim 10^{-10}$ , очевидно, представляет существенную

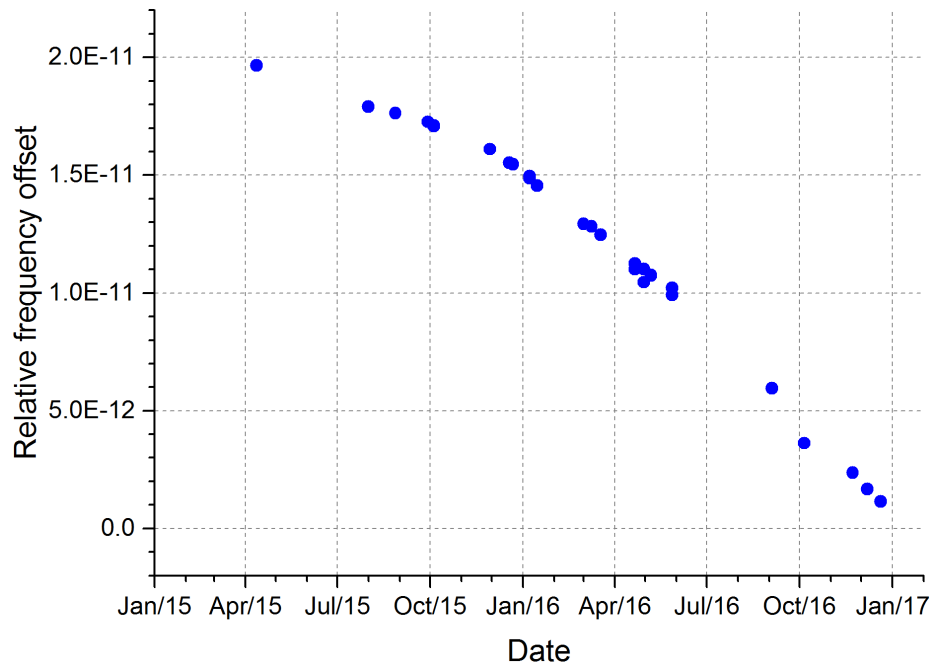


Рис. 3.3: Эволюция отстройки частоты бортового водородного стандарта КА Спектр-Р от водородного стандарта НСС Грин Бенк. По горизонтальной оси – время от начала сеанса (с), по вертикальной – относительное смещение частоты.

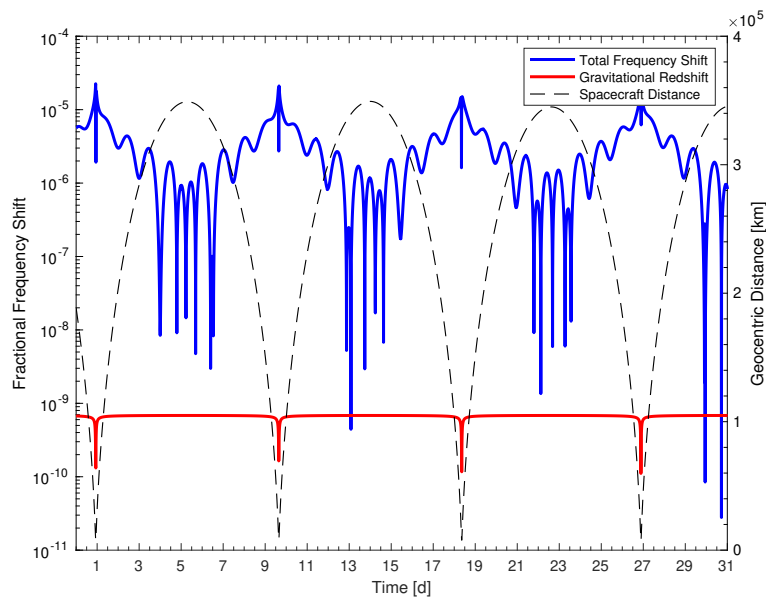


Рис. 3.4: Сравнение вкладов нерелятивистского эффекта Доплера и гравитации в смещение частоты сигналов, посланных с КА РадиоАстрон и принятых на НСС Грин Бенк, январь 2014 г. Доминирующий вклад в полное смещение частоты (Total Frequency Shift) вносит нерелятивистский эффект Доплера. Для сравнения изображен вклад гравитационного смещения частоты (Gravitational Redshift). Также на графике изображена дальность от КА до центра Земли (Spacecraft Distance). По горизонтальной шкале – дата, по вертикальной – относительное смещение частоты.

проблему (Рис. 3.4).

Для решения этой проблемы нами было разработано три подхода:

1. Расчет нерелятивистского эффекта Доплера на основе данных орбиты КА РадиоАстрон.

2. Компенсация нерелятивистского эффекта Доплера с помощью модифицированной схемы Gravity Probe A [1], основанной на смешанном режиме синхронизации радиолинии КА – НСС «Частичный когерент» (Рис. 3.5) и широкополосном характере спектра сигнала 15 ГГц [A1].
3. Компенсация нерелятивистского эффекта Доплера с помощью модифицированной схемы Gravity Probe A, основанной на периодическом переключении радиолинии КА – НСС между одно- и двухпутевым режимами (Рис. 3.5) [A2].

Первый подход подразумевает расчет вклада нерелятивистского эффекта Доплера с помощью данных об орбите КА и положения НСС и его вычитание из измеренной частоты принятого сигнала. Недостатком данного подхода является его низкая точность: при точности восстановления вектора скорости КА РадиоАстрон  $\sim 1.8$  мм/с [76] точность проверки ЭПЭ оказывается ограничена величиной  $\sim 0.01$  [A1]. Два последних подхода являются оригинальными и изложены в разделах 3.4.2 и 3.4.3. Для лучшего их понимания предварительно необходимо более подробно описать режимы работы радиолиний и бортового комплекса научной аппаратуры КА РадиоАстрон.

### 3.3 Аппаратные возможности КА РадиоАстрон для проведения эксперимента по проверке ЭПЭ

Передача сигналов БВСЧ на Землю осуществлялась с помощью бортового высокоинформативного радиокомплекса (ВИРК) [11], в состав которого входят два передатчика на частотах 8.4 и 15 ГГц, а также приемник на частоте 7.2 ГГц. Частоты передатчиков ВИРК, а также сетка частот радиоэлектронного комплекса научной аппаратуры (РЭК) могли формироваться как на основе сигналов БВСЧ, так и на основе принимаемого с помощью приемника 7.2 ГГц сигнала наземного водородного стандарта НСС. (Сетка частот РЭК научной аппаратуры также могла формироваться на основе сигналов бортового рубидиевого стандарта, который не использовался в гравитационном эксперименте в силу его существенно более низкой по сравнению с БВСЧ стабильности.) Среди возможных режимов синхронизации сигналов радиолиний, а также бортового РЭК научной аппаратуры, для гравитационного эксперимента основной интерес представляют следующие три (Рис. 3.5):

1. «Н-Мазер» или однопутевой режим. В этом режиме синхронизация как ВИРК, так и РЭК осуществляется на основе сигналов БВСЧ. Смещение частоты принимаемого на НСС сигнала описывается формулой (3.3). Данный режим являлся основным режимом синхронизации для радиоастрономических наблюдений и использовался до выхода БВСЧ из строя.
2. «Когерент» или двухпутевой режим (режим петли фазовой синхронизации). В этом режиме частоты тонового сигнала 8.4 ГГц, несущего сигнала



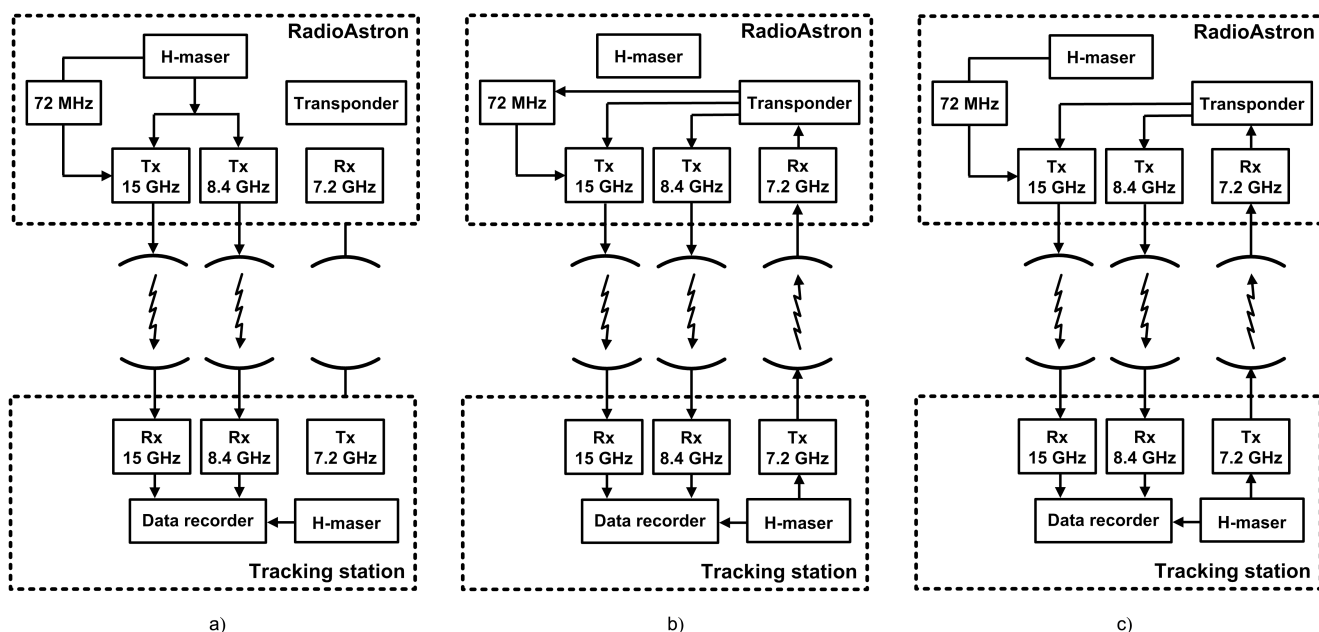


Рис. 3.5: Режимы работы радиолиний КА РадиоАстрон: а) «Н-мазер» (однопутевой); б) «Когерент» (двухпутевой); в) «Частичный когерент» (смешанный). Пояснения: H-maser – водородный мазерный стандарт частоты, Data recorder – записывающее устройство, Tx – передатчик, Rx – приемник, Transponder – транспондер, Tracking station – наземная станция слежения.

информационной канала связи 15 ГГц, сетка частот РЭК научной аппаратуры и частота 72 (или 18 МГц) модулирующего сигнала информационного канала связи – формируются на основе принятого с НСС тонового сигнала на частоте 7.2 ГГц (точнее, 7.2075 ГГц). На НСС имелась возможность подстройки частоты посылаемого сигнала 7.2 ГГц с учетом баллистических данных о движении КА, а также в автоматическом режиме, с целью попадания частоты посылаемого на борт сигнала в приемное окно ширины  $\sim 1000$  Гц около центральной частоты 7.2075 ГГц.

3. «Частичный когерент» или смешанный режим. В этом режиме частоты тонового сигнала 8.4 ГГц и несущего сигнала информационного канала связи 15 ГГц формируются на основе принятого с НСС тонового сигнала на частоте 7.2 ГГц, сетка частот РЭК научной аппаратуры и частота 72 (или 18 МГц) модулирующего сигнала информационного канала связи формируются на основе сигнала БВСЧ. (Также имелась возможность использования вместо БВСЧ бортового рубидиевого стандарта.)

Раздельная синхронизация сигналов нисходящих радиолиний 8.4 и 15 ГГц на КА РадиоАстрон (например, 8.4 ГГц – от БВСЧ, 15 ГГц – от принимаемого с НСС сигнала 7.2 ГГц) не была предусмотрена. Данное обстоятельство существенно усложнило проведение гравитационных измерений с КА РадиоАстрон.

Служебный модуль КА РадиоАстрон также был оснащен набором приемопередатчиков, которые использовались для приема команд управления служебным модулем и бортовым комплексом научной аппаратуры, передачи телеметрии, проведения сеансов доплеровского слежения и измерения дальности в С-

диапазоне. Эти радиолнии не представляют непосредственного интереса для гравитационного эксперимента, так как возможность их синхронизации сигналами БВСЧ не была предусмотрена. Кроме того, благодаря наличию на КА РадиоАстрон уголкового отражателя имелась возможность проведения сеансов лазерной дальнометрии до КА. Данные измерения проводились до, после и во время значительного числа специализированных гравитационных сеансов (раздел 3.6) с целью повышения точности определения орбиты КА.

### 3.4 Компенсация нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферного смещения частоты

Впервые идея компенсации нерелятивистского эффекта Доплера с помощью дополнительной двухпутевой радиолнии была предложена в [97] и реализована в проекте Gravity Probe A [1]. Рассмотрим эту компенсационную схему более подробно, т.к. она является основой для схем компенсации, разработанных нами для КА РадиоАстрон.

#### 3.4.1 Схема компенсации Gravity Probe A

Смещение частоты принимаемого на НСС однопутевого сигнала описывается формулой (3.3). Аналогичное выражение для смещения частоты двухпутевого сигнала (посланного НСС, затем принятого на КА и ретранслированного им с сохранением фазы и наконец снова принятого НСС), имеет вид:

$$\Delta f_{2w} = f \left( -2 \frac{\dot{D}}{c} - \frac{v_s^2 - v_e^2}{c^2} + \frac{|\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_e|^2}{c^2} - 2 \frac{\mathbf{a}_e \cdot \mathbf{n}}{c} \Delta t + 2 \frac{(\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n})^2 - (\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n})}{c^2} \right) + 2\Delta f_{\text{троп}} + 2\Delta f_{\text{ион}} + O(v/c)^3, \quad (3.4)$$

где  $\mathbf{a}_e$  – ускорение НСС,  $\Delta t$  – время распространения сигнала по трассе КА–НСС. Для простоты мы здесь пренебрегли фактом преобразования частоты восходящей линии на борту (раздел 3.4.3). Сам по себе сигнал двухпутевой линии не представляет интереса для гравитационного эксперимента, так как (3.4) не содержит гравитационного смещения частоты. Однако, в случае одновременной работы одно- и двухпутевой линий оказывается возможным таким образом скомбинировать их сигналы, что результирующий разностный сигнал не содержит вклада нерелятивистского эффекта Доплера. Соответствующая комбинация частот выглядит следующим образом:

$$\Delta f_{1w} - \frac{\Delta f_{2w}}{2} = \Delta f_{\text{grav}} + f \left( -\frac{|\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_e|^2}{2c^2} + \frac{\mathbf{a}_e \cdot \mathbf{n}}{c} \Delta t \right) + \Delta f_0 + \Delta f_{\text{ион}}^{(\text{res})} + \Delta f_{\text{fine}} + O(v/c)^4, \quad (3.5)$$

где  $\Delta f_{\text{ion}}^{(\text{res})}$  – остаточное ионосферное смещение частоты (полная компенсация имеет место в случае одинаковой частоты восходящей и нисходящей линий),  $\Delta f_{\text{fine}}$  обозначает различные «тонкие» эффекты, такие как эффекты релятивистской кинематики 3-го порядка по скорости КА и НСС:

$$\frac{\Delta f^{(3)}}{f} = \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_s)}{c^3} \left( \Delta U - \frac{|\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_e|^2}{2} + (\mathbf{a}_e \cdot \mathbf{n}) c \Delta t \right) + \frac{D}{c^3} \left( -\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{a}_e - (\mathbf{j}_e \cdot \mathbf{n}) c \Delta t + 2\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{a}_e + \mathbf{v}_e \cdot \nabla U_e \right), \quad (3.6)$$

где  $\mathbf{j}_e = \dot{\mathbf{a}}_e$  – скорость изменения ускорения НСС (рывок),  $\nabla U_e$  – градиент гравитационного потенциала в месте нахождения НСС (о других «тонких» эффектах см. раздел 3.5).

Частота разностного сигнала (3.5) не содержит вкладов нерелятивистского эффекта Доплера и атмосферы (последнего – с точностью до быстрых и мелкомасштабных флуктуаций показателя преломления атмосферы). Данное обстоятельство является принципиальным для высокоточных гравитационных экспериментов, основанных на доплеровском слежении за КА. Действительно, из уравнения (3.3) видно, что для расчета доплеровского смещения частоты на уровне точности, например,  $2 \times 10^{-15}$ , что соответствует стабильности БВСЧ КА РадиоАстрон на временах усреднения 1 ч, необходима точность восстановления радиальной скорости КА относительно НСС на уровне 1 мкм/с, что не представляется возможным. Для перспективных бортовых стандартов частоты, обладающих на порядок более высокой стабильностью и точностью [86], потребовалась бы еще более высокая точность восстановления орбиты КА. Именно поэтому компенсационная схема Gravity Probe A является, в том или ином виде, основой всех планируемых в настоящее время экспериментов по проверке ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени [2]. О других возможных приложениях см. [69].

В эксперименте Gravity Probe A разностный сигнал (3.5) создавался радиотехническими средствами с использованием делителей, умножителей и смесителей частоты. На цифровой носитель записывался уже низкочастотный сигнал (3.5). Благодаря развитию радиоэлектронной и компьютерной техники, а также РСДБ, в настоящее время стала возможна непосредственная запись оцифрованных высокочастотных одно- и двухпутевых сигналов (как правило, перенесенных в диапазон видеочастот). Компенсация нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферного смещения частоты согласно уравнению (3.5) может проводиться в этом случае на этапе программной обработки.

Как было отмечено выше, компенсационная схема Gravity Probe A не могла быть непосредственно реализована с КА РадиоАстрон из-за отсутствия возможности отдельной синхронизации сигналов 8.4 и 15 ГГц нисходящих радиолиний. В связи с этим нами были разработаны две модификации схемы Gravity Probe A, описание которых представлено ниже.

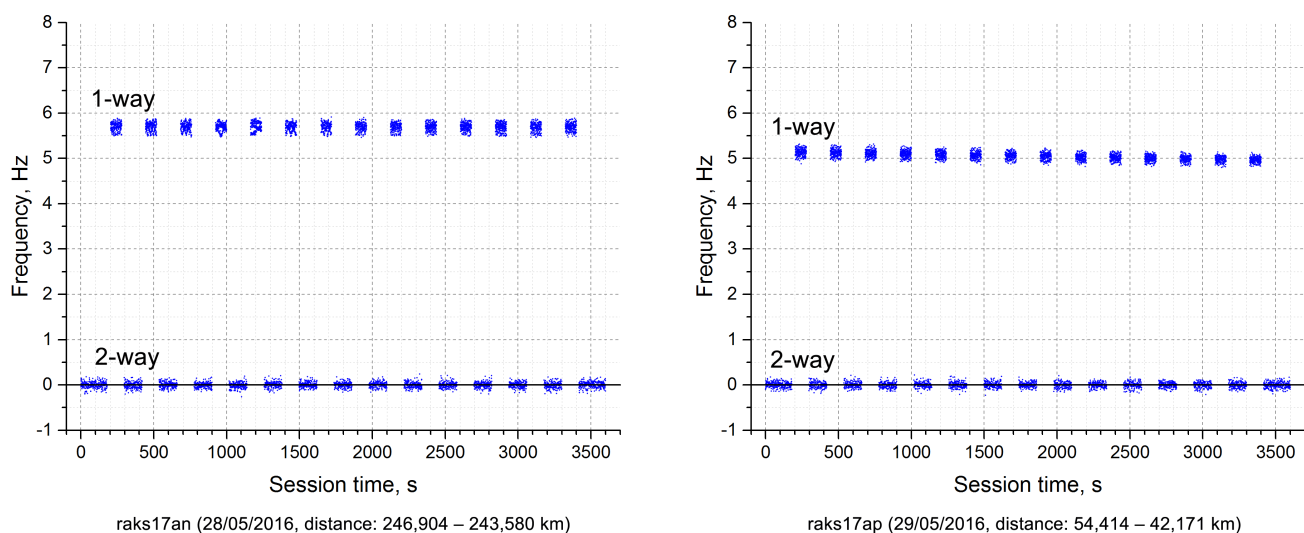


Рис. 3.6: Остаточная частота сигнала 8.4 ГГц в сеансах raks17an (28.05.2016, дальность 246 904–243 580 км) и raks17ap (29.05.2016, дальность 54 414–42 171 км) с чередованием одно- и двухпутевого режимов синхронизации радиолинии. Расчет по данным измерений, выполненных на телескопе Онсала. Из измеренных частот вычтены все известные эффекты за исключением эффекта гравитационного красного смещения, который присутствует только в однопутевом сигнале и имеет величину порядка 5–6 Гц. По горизонтальной оси – время (с) от начала сеанса, по вертикальной – частота (Гц).

### 3.4.2 Схема компенсации на основе чередования одно- и двухпутевого режимов синхронизации радиолинии

Данный подход основан на периодическом переключении радиолинии КА–НСС между одно- и двухпутевыми режимами (Рис. 3.5). Данные, записанные на НСС (а также, возможно, других наземных радиотелескопах), в любой момент времени содержат только один тип сигнала (Рис. 3.6). Однако, если цикл переключения достаточно короткий ( $\sim 4$  мин при 8.4 ГГц), оказывается возможным интерполировать эти кусочные измерения частоты с достаточно малой ошибкой  $\Delta f/f \sim 4 \times 10^{-15}$  [A2]. Таким образом, мы получаем одновременные измерения частоты обоих типов на всем интервале наблюдений, к которым уже может быть применена схема компенсации Gravity Probe A (3.5). Подход с чередованием режимов синхронизации не опирается на какие-либо особенности спектра передаваемого сигнала и может быть реализован с помощью наземных радиотелескопов, оборудованных приемниками с частотой 8.4 или 15 ГГц. Здесь мы не приводим подробного описания и обоснования данного подхода, т.к. соответствующие результаты на момент написания данной работы еще не опубликованы и не входят в число ее основных результатов.

### 3.4.3 Схема компенсации на основе смешанного режима синхронизации «Частичный когерент»

Напомним, что в режиме «Частичный когерент» тоновый сигнал на частоте 7.2 ГГц посылается НСС на КА, где он используется для синтеза сетки частот РЭК научной аппаратуры, а также, путем эффективного умножения частоты

на множители 8.4/7.2075 и 15/7.2075, для получения тонового сигнала 8.4 ГГц и частоты 15 ГГц несущего сигнала информационного канала связи КА–НСС (Рис. 3.5). Частота модуляции 15 ГГц-канала, в отличие от режима «Когерент», формируется на основе сигнала БВСЧ.

Рассмотрим более подробно преобразования частот сигналов при их распространении «вверх» и «вниз». Частота  $f_e^\uparrow$  принимаемого КА сигнала связана с частотой  $f_e$  этого сигнала на выходе передатчика НСС согласно:

$$f_e^\uparrow = f_e \left( 1 - \frac{\dot{D}_{12}}{c} + \frac{\Delta f_{grav12}}{f} - \frac{v_{e1}^2 - v_s^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{v}_{e1} \cdot \mathbf{n}_{12})^2 - (\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{12}) \cdot (\mathbf{v}_{e1} \cdot \mathbf{n}_{12})}{c^2} + T_{12} + \frac{1}{f_e^2} I_{12} + o\left(\frac{v}{c}\right)^2 \right), \quad (3.7)$$

где по сравнению с аналогичной формулой (3.3) мы явно выписали характер частотной зависимости тропосферного и ионосферного вкладов:  $\Delta f_{trop}/f = T_{12}$ ,  $\Delta f_{ion}/f = I_{12}/f^2$ . Предполагается, что для рассматриваемого диапазона частот (7 ÷ 15 ГГц)  $T$  и  $I$  являются константами по отношению к  $f$ , но могут зависеть от времени и траектории распространения сигнала [98].

На борту частота принятого 7.2 ГГц-сигнала умножается на фактор  $R = 15/7.2075$  и используется далее в качестве частоты несущей информационного канала связи КА–НСС. Передача информации осуществляется путем QPSK-модуляции этого сигнала с частотой 72 МГц (или 18 МГц), генерируемой БВ-СЧ. В результате прохождения по трассе космос–Земля спектр 15 ГГц-сигнала деформируется. Согласно (3.3), спектральная компонента исходного сигнала с частотой  $Rf_e^\uparrow \pm \nu_s$  в момент приема на НСС будет обладать частотой

$$(Rf_e^\uparrow \pm \nu_s)^\downarrow = (Rf_e^\uparrow \pm \nu_s) \left( 1 - \frac{\dot{D}_{23}}{c} + \frac{\Delta f_{grav23}}{f} - \frac{v_s^2 - v_{e3}^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{23})^2 - (\mathbf{v}_{e3} \cdot \mathbf{n}_{23}) \cdot (\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{23})}{c^2} + T_{23} + \frac{1}{(Rf_e^\uparrow \pm \nu_s)^2} I_{23} + o\left(\frac{v}{c}\right)^2 \right). \quad (3.8)$$

Отметим, что из-за дисперсионной природы ионосферного вклада  $(Rf)^\downarrow \neq Rf^\downarrow$ ,  $(f + \nu)^\downarrow \neq f^\downarrow + \nu^\downarrow$  и аналогично для символа  $\uparrow$ .

Подставляя (3.7) в (3.8) с учетом неизменности гравитационного потенциала и модуля скорости НСС,  $U_{e3} = U_{e1} = U_e$ ,  $v_{e3}^2 = v_{e1}^2 = v_e^2$ , что справедливо на интервалах порядка времени распространения сигнала, и раскладывая по малым параметрам  $\nu/Rf$  и  $(Rf^\uparrow - Rf)/Rf \approx (\dot{D}_{12}/c)/Rf$ , получаем:

$$(Rf_e^\uparrow \pm \nu)^\downarrow - (Rf_e^\uparrow)^\downarrow = \pm \nu_s \left( 1 - \frac{\dot{D}_{23}}{c} + \frac{\Delta f_{grav23}}{f} - \frac{v_s^2 - v_{e3}^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{23})^2 - (\mathbf{v}_{e3} \cdot \mathbf{n}_{23}) \cdot (\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}_{23})}{c^2} + T_{23} \right) \mp \frac{I_{23}}{Rf} \frac{\nu}{Rf} + \Delta \nu_0 + o\left(\frac{v}{c}\right)^2. \quad (3.9)$$

Важное свойство дифференциального сигнала (3.9) состоит в том, что здесь, в отличие от (3.8), величины всех поправок уже пропорциональны частоте модуляции  $\nu_s$ . В то же время данный сигнал не имеет преимуществ перед сигналом (3.3) режима «Н-мазер», т.к. по-прежнему содержит вклад нерелятивистского эффекта Доплера. Отметим также перемену знака перед ионосферным слагаемым в (3.9) по сравнению с (3.7).

Рассмотрим, далее, следующую комбинацию спектральных компонент принимаемого на НСС сигнала 15 ГГц:

$$\{[(Rf_e^\uparrow + \nu_s)^\downarrow - (Rf_e^\uparrow)^\downarrow] - \nu_e\} - \frac{1}{2} \frac{\nu_0}{Rf_0} [(Rf_e^\uparrow)^\downarrow - Rf_e]. \quad (3.10)$$

Появление здесь величин с индексом “0”, представляющих собой номинальные значения частоты модуляции  $\nu_0 \equiv 72$  МГц и несущей  $f_0 \equiv 15$  ГГц, связано с соображениями практической реализации компенсационного алгоритма. При реализации в виде аппаратной радиотехнической схемы фактор  $\frac{\nu_0}{Rf_0}$  представляет собой коэффициент умножения синтезатора, при программном подходе — это числовая константа в коде программы. Во втором случае вместо (3.10) может использоваться выражение

$$\{[(Rf_e^\uparrow + \nu_s)^\downarrow - (Rf_e^\uparrow)^\downarrow] - \nu_0\} - \frac{1}{2} \frac{\nu_0}{Rf_0} [(Rf_e^\uparrow)^\downarrow - Rf_0]. \quad (3.11)$$

Для связи между собственными частотами бортового и наземного стандартов имеем:

$$f_s = f_e + \Delta f_0. \quad (3.12)$$

Номинальные и фактические значения частот связаны аналогичными соотношениями:

$$f_s = f_0 + \tilde{\Delta} f_0, \quad \nu_s = \nu_0 + \tilde{\Delta} \nu_0, \quad (3.13)$$

причем, очевидно, вообще говоря,  $\Delta f_0 \neq \tilde{\Delta} f_0$ . В нашей работе [A1] мы отмечали, что отклонение фактических значений от номинальных не превышает относительной погрешности стандартов по частоте. В частности, для РадиоАстроны:

$$\tilde{\Delta} f_0/f < 3 \cdot 10^{-13}, \quad \tilde{\Delta} \nu_0/\nu < 3 \cdot 10^{-13}. \quad (3.14)$$

На деле, в силу аномально большого дрейфа частоты БВСЧ,  $\sim 4 \times 10^{-14}$ /сут, величина  $\tilde{\Delta} f_0/f$  достигала для РадиоАстроны значений  $\sim 10^{-11}$  (Рис. 3.3). Данное обстоятельство, однако, не используется далее в ходе преобразования выражений и не меняет полученных результатов.

Вернемся к (3.10) и подставим в него (3.9) и (3.8), положив в последнем  $\nu = 0$ , а также воспользуемся справедливыми с точностью до  $\Delta t = |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{e3}|/c$  соотношениями

$$\mathbf{v}_{e1} \approx \mathbf{v}_{e3} - 2\Delta t \cdot \mathbf{a}_{e3}, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{n}_{12} \approx \mathbf{n}_{32} + \frac{2\Delta t}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{e3}|} (\mathbf{v}_{e2} - \mathbf{n}_{32} \cdot (\mathbf{n}_{32} \cdot \mathbf{v}_{e3})), \quad (3.16)$$

где  $\mathbf{a}_{e3}$  — ускорение НСС в момент  $t_3$ . Используя (3.12) и (3.13) и учитывая, что  $\frac{\dot{D}}{c} < 3 \cdot 10^{-5}$ , получим

$$\begin{aligned} & \{ [(Rf_e^\uparrow + \nu_s)^\downarrow - (Rf_e^\uparrow)^\downarrow] - \nu_e \} - \frac{1}{2} \frac{\nu_0}{Rf_0} [(Rf_e^\uparrow)^\downarrow - Rf_e] = \\ & = \nu_e \left( \frac{\Delta f_{grav23}}{f} - \frac{|\mathbf{v}_s^2 - \mathbf{v}_e^2|}{2c^2} + \frac{\mathbf{a}_{e3} \cdot \mathbf{n}_{32} \Delta t}{c} + \frac{1}{2} (T_{23} - T_{12}) \right) \\ & \quad - \frac{3}{2} \frac{I_{23}}{Rf_0} \frac{\nu_0}{Rf_0} - \frac{1}{2} \frac{I_{12}}{f_0} \frac{\nu}{f_0} + \Delta \nu_0 + o(v/c)^2 + o(\Delta t), \quad (3.17) \end{aligned}$$

где отброшены слагаемые типа  $\frac{I_{23}}{Rf} \frac{\nu}{Rf} \frac{\dot{D}_{12}/c}{f}$  и  $\frac{I}{f} \frac{\Delta \nu_0}{f}$ .

Сигнал (3.17) не содержит вклада эффекта Доплера 1-го порядка. Кроме того,  $T_{12} \approx T_{23}$  с точностью до мелкомасштабных и быстропеременных (с периодом  $< 2\Delta t$ ) тропосферных флуктуаций, поэтому вклад тропосферы также в значительной мере сокращается. В этих двух отношениях сигнал (3.17) эквивалентен сигналу на выходе компенсационной схемы Gravity Probe A. Однако, в отличие от Gravity Probe A, приближенное равенство  $I_{12} \approx I_{23}$  не приводит к компенсации ионосферного вклада. Вклад ионосферы необходимо компенсировать с помощью использования двух (или более) линий на разнесенных частотах или рассчитывать с помощью карт ионосферной плотности электронов. Заметим, что комбинацию, обладающую свойством сокращения эффекта Доплера 1-го порядка и тропосферы, можно составить также из  $Rf^\uparrow + \nu$  и  $Rf^\uparrow - \nu$ , т.е. двух симметричных боковых компонент сигнала, а не боковой и центральной, как в (3.10). Легко видеть, однако, что и в этом случае компенсации вклада ионосферы не происходит. Данное обстоятельство связано с изменением знака перед ионосферным слагаемым в (3.17), и можно показать, что не существует комбинации спектральных компонент 15 ГГц-сигнала, для которой вклад ионосферы был бы скомпенсирован, даже если бы имелась возможность, как в Gravity Probe A, произвольно распоряжаться соотношениями частот сигналов.

Для практического применения (3.17), или аналогичного соотношения с симметричными боковыми компонентами, необходимо, чтобы спектр сигнала 15 ГГц содержал изолированные пики с большим отношением сигнал-шум. В действительности, однако, при передаче на Землю данных астрономических наблюдений, имеющих шумоподобную природу, спектр сигнала представляет собой набор широких «горбов» (Рис. 3.7), положение максимумов которых измерять затруднительно. Требуемая форма спектра может быть получена при передаче информации, представляющей собой регулярную последовательность чередующихся двоичных 0 и 1. Бортовой форматор РадиоАстрон имел режим тестирования «Тест 2», предусматривающий генерацию такой последовательности.

Спектр 15 ГГц-сигнала в режиме «Тест-2» бортового форматора изображен на Рис. 3.8.

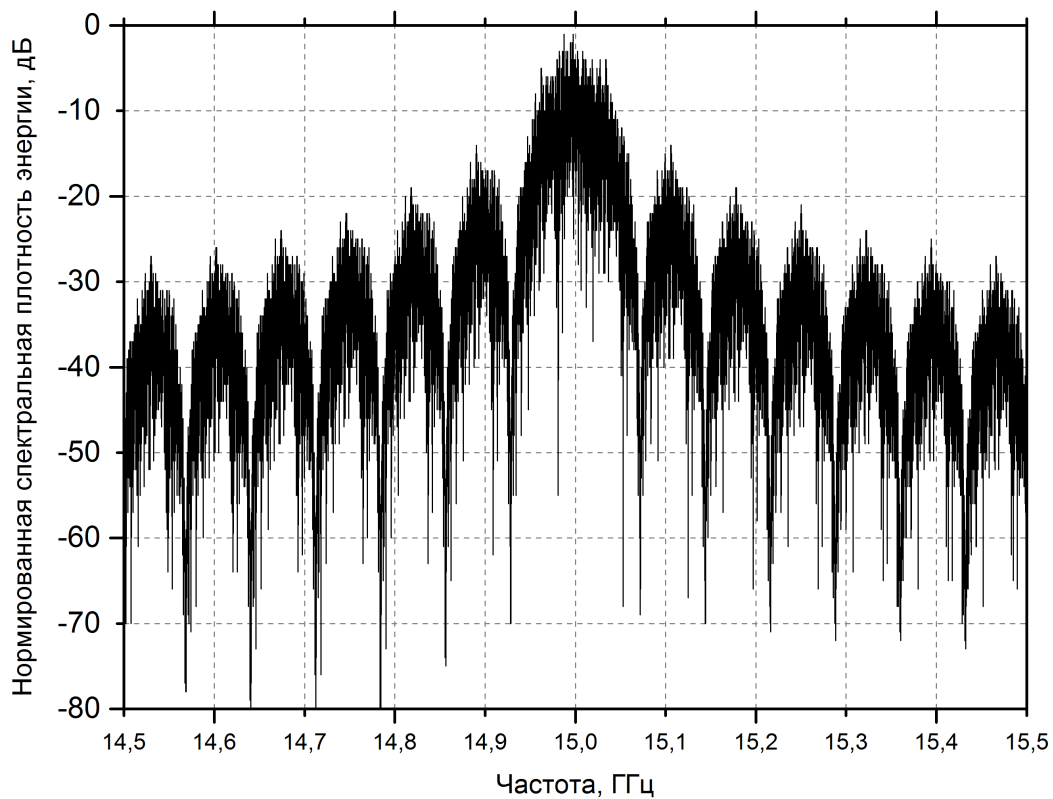


Рис. 3.7: Результат моделирования спектра сигнала 15 ГГц в режиме передачи шумоподобной информации.

Обратимся к вопросу о том, каким образом может быть получен сигнал с частотой (3.10). Первый подход (онлайн-компенсация) состоит в построении аппаратной радиотехнической схемы, состоящей из набора фильтров, смесителей и синтезаторов. На вход этой схемы подается сигнал 15 ГГц с выхода соответствующего приемника антенны НСС. Далее, с помощью фильтров производится выделение спектральных компонент, фигурирующих в (3.10), их умножение и смешивание согласно указанным арифметическим действиям. Результирующий сигнал с частотой (3.17) на выходе схемы может быть подан на частотный измеритель, либо оцифрован и записан на цифровой носитель для последующего анализа. Второй подход (оффлайн-компенсация) подразумевает непосредственную запись (например, с помощью аппаратуры, используемой при РСДБ-наблюдениях) перенесенного на промежуточную частоту (160 МГц для НСС проекта РадиоАстрон) и оцифрованного сигнала с выхода 15 ГГц-приемника. Далее к записанному сигналу применяются алгоритмы обработки типа PRIDE [81] с целью нахождения законов временной эволюции его спектральных компонент. Синтез частоты (3.10) производится программно, путем



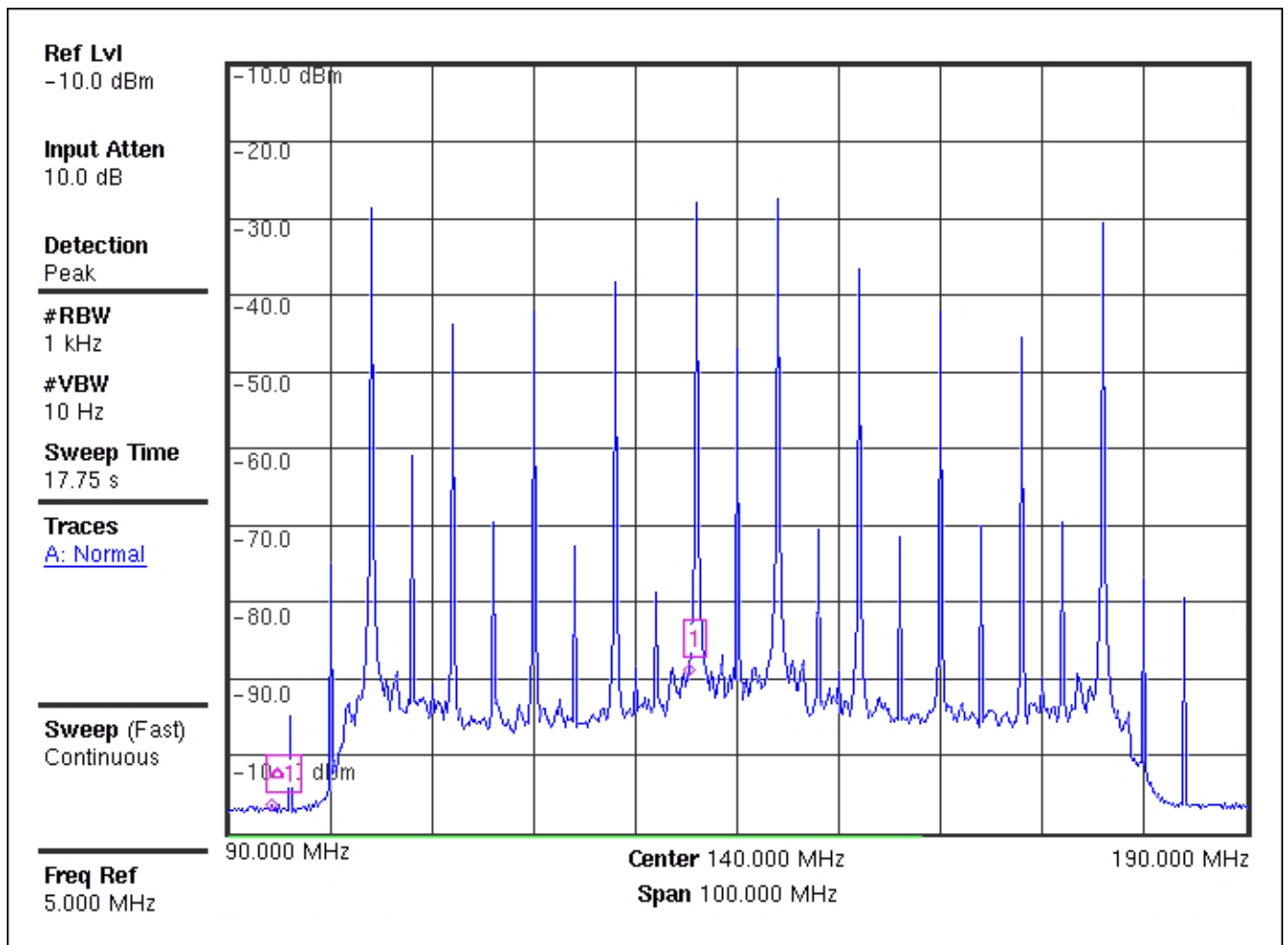


Рис. 3.8: Спектр сигнала 15 ГГц в режиме «Тест-2» бортового форматора. По горизонтальной оси – частота (МГц), по вертикальной – энергия сигнала (дБм).

применения соответствующих арифметических действий к измеренным частотам компонент спектра. Первый способ практически может быть реализован лишь на наземных станциях слежения, тогда как второй — как на НСС, так и на любом наземном радиотелескопе, оборудованном приемником на 15 ГГц и комплексом регистрирующей аппаратуры РСДБ (в последнем случае приведенные выше формулы должны быть незначительно модифицированы).

### 3.5 Прочие эффекты, влияющие на частоту принимаемого со спутника сигнала

Помимо рассмотренного выше нерелятивистского эффекта Доплера, частота передаваемых между спутником и наземной станцией сигналов изменяется также за счет ряда других факторов (см. уравнение (3.3)). Большинство из них не учитывалось нами при обработке данных однопутевых частотных измерений (см. ниже раздел 3.6) в силу малости вносимый ими поправки к частоте. Тем не менее, их учет необходим при обработке данных специализированных гравитационных сеансов, поэтому кратко приведем здесь их описание и способы

учета:

1. Эффекты релятивистской кинематики 2-го и 3-го порядка по скорости КА и НСС: расчет на основе данных орбиты КА, координат НСС и моделей вращения Земли. Точность восстановления компонент вектора скорости КА на уровне  $\sim 2$  мм/с [76] является достаточной, т.к. вносит погрешность в соответствующее расчетное значение относительного смещения частоты,  $\Delta f/f$  менее  $2 \times 10^{-16}$ .
2. Отстройка частоты БВСЧ от частоты наземного стандарта и ее дрейф: мониторинг в калибровочных гравитационных сеансах на приблизительно одинаковой дальности ( $> 200$  тыс. км) (Рис. 3.3). Данные сеансы проводились с обеими НСС по схеме с компенсацией нерелятивистского эффекта Доплера на основе чередования одно- и двухпутевого режимов синхронизации радиолиний.
3. Разность гравитационных потенциалов между КА и НСС: расчет на основе данных орбиты КА, координат НСС и моделей гравитационного потенциала, например, EGM2008 [99]. Точность восстановления компонент вектора положения КА на уровне  $\sim 200$  м [100] является достаточной для расстояний КА от центра Земли, превышающих  $\sim 40000$  км. Для сеансов связи на меньших дальностях, как правило, необходимо использование сеансов лазерной дальнометрии КА для улучшения точности восстановления орбиты. Лазерные измерения дальности сопровождали значительное число специализированных гравитационных сеансов.
4. Ионосферное смещение частоты (частично скомпенсированное для специализированных гравитационных сеансов): расчет на основе измерений частот сигналов двух частотах (8.4 и 15 ГГц) и карт ионосферной плотности электронов [101].
5. Смещение частоты за счет приливных потенциалов Солнца и Луны [102]: расчет на основе эфемерид планет и других тел Солнечной системы, например, JPL DE430 [103].
6. Смещение частоты за счет эффекта движения фазового центра бортовой и наземной антенн: расчет по формулам, полученным нами в А5, с использованием данных об орбите КА, координат НСС и геометрических параметров бортовой и наземной антенн. Учет эффекта не требуется при обработке данных, полученных при работе радиолинии по схеме компенсации нерелятивистского эффекта Доплера А5.
7. Смещение частоты за счет температурной чувствительности бортового и наземного стандартов частоты: оценка на основе коэффициентов температурной чувствительности, полученных по результатам наземных испытаний стандартов, данных телеметрии КА и журнала НСС.

8. Смещение частоты за счет чувствительности БВСЧ к магнитному полю: оценка на основе коэффициента магнитной чувствительности БВСЧ, моделей магнитного поля Земли [104] и орбиты КА.
9. Смещение частоты за счет движения НСС вследствие земных приливов: расчет на основе моделей [88]. Эффект сводится к нерелятивистскому эффекту Доплера, поэтому при использовании одной из компенсационных схем раздела 3.4 его учет не требуется.

### 3.6 Проверка ЭПЭ с помощью доплеровского слежения за КА РадиоАстрон в однопутевом режиме

В ходе реализации эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон были собраны данные нескольких типов, предполагающих обработку по всем трем описанным выше способам решения проблемы нерелятивистского эффекта Доплера:

1. Измерения частоты сигналов 8.4 и 15 ГГц, полученные на станциях слежения Пушино и Грин Бенк с помощью штатных измерителей частоты, при работе радиолинии КА–НСС в однопутевом режиме. Данные измерения выполнялись во время большинства сеансов радиоастрономических наблюдений с помощью космического радиотелескопа РадиоАстрон. (После выхода БВСЧ из строя большинство сеансов проводилось в двухпутевом режиме «Когерент».)
2. Измерения частоты и записи оцифрованных сигналов 8.4 и 15 ГГц при работе радиолинии по схеме с чередованием одно- и двухпутевого режимов. На НСС Пушино выполнялись как измерения частоты с помощью штатного измерителя, так и запись сигналов 8.4 и 15 ГГц с помощью системы регистрации, используемой при РСДБ-наблюдениях. На НСС Грин Бенк выполнялись только измерения частоты с помощью штатного измерителя. Кроме того, в большинстве подобных сеансов производилась запись сигнала 8.4 ГГц на российских и зарубежных радиотелескопах Gb, Ef, Nh, Op, Sv, VLBA, Wn, Wz, Yg, Ys, Zc (указаны стандартные кодовые обозначения телескопов). Данные измерения выполнялись во время специализированных гравитационных сеансов связи, проводившихся в рамках заявок на наблюдательное время космического радиотелескопа РадиоАстрон и наземных радиотелескопов.
3. Измерения частоты и записи оцифрованного сигнала 15 ГГц при работе радиолинии в смешанном режиме синхронизации «Частичный когерент». Измерения частоты с помощью штатных измерителей производились на обеих станциях слежения, запись сигналов с помощью систем

РСДБ-регистрации велась на станции слежения Пушино и наземных радиотелескопах Ef и VLBA. Данные измерения выполнялись во время специализированных гравитационных сеансов связи, проводившихся в рамках заявок на наблюдательное время космического и наземных радиотелескопов.

В настоящей работе представлены результаты обработки данных 1 типа, т.е. однопутевые частотные измерения, полученные с помощью штатных измерителей частоты НСС Пушино и Грин Бенк. Обработка данных 2 и 3 типов на момент написания данной работы продолжается.

### 3.6.1 Экспериментальные данные

В период с 2012 по 2017 гг. в рамках проведения радиоастрономических наблюдений было проведено  $\sim 3900$  сеансов связи с КА РадиоАстрон в однопутевом режиме «Н-мазер» (раздел 3.3), из которых  $\sim 2700$  – с НСС Пушино и остальные  $\sim 1200$  – с НСС Грин Бенк. Длительность каждого сеанса составляла  $\sim 1$  ч. Во время данных сеансов на НСС проводились измерения частоты сигналов 8.4 и 15 ГГц с использованием штатных измерителей частоты станций слежения. Штатные измерители частоты работали по принципу Фурье-оценителя и формировали оценки принимаемой частоты в реальном времени с шагом 40 мс [105]. В результате проведения каждого сеанса формировался файл протокола частотных измерений, который содержал, таким образом,  $\sim 100\,000$  частотных измерений для каждой из принимаемых частот. Измерители частоты были синхронизированы с водородными стандартами НСС. Благодаря наличию на НСС приемников глобальных навигационных спутниковых систем осуществлялась временная привязка измерений к шкале UTC.

В целях оценки качества и отбраковки данных нами была проведена аппроксимация частотных измерений каждого сеанса полиномом 3–8 степени (степень выбиралась в зависимости от динамики КА в данном сеансе) и произведен анализ степени отклонения распределения невязок от гауссова, а также вычислены среднеквадратичные невязок. На Рис. 3.9 в качестве примера представлены невязки и их распределение для одного из использованных нами в анализе сеансов. Сеансы со стандартным отклонением частоты, превосходящим среднее более чем в 5 раз, были исключены из анализа. Подобные сеансы распределены достаточно равномерно по всем 5 годам наблюдений. Сеансы в однопутевом режиме «Н-мазер» проводились вплоть до конца августа 2017 г., когда был полностью исчерпан источник водорода в БВСЧ. Однако, сеансы после июня 2017 г. нами были исключены из анализа, так как с этого момента качество частотных измерений значительно ухудшилось в связи с постепенным исчерпанием источника водорода в БВСЧ. Также нами была исключена из анализа часть сеансов 2013 г. с НСС Грин Бенк, которые проводились с работой НСС от рубидиевого стандарта частоты. Всего нами было исключено  $\sim 12\%$  от указанного выше общего числа сеансов. Сеансы после августа 2017 г. проводились

в двухпутевом режиме либо в однопутевом режиме с синхронизацией по БВСЧ без захвата водородной линии (т.е. в режиме кварцевого генератора), а потому нами не могли быть использованы.

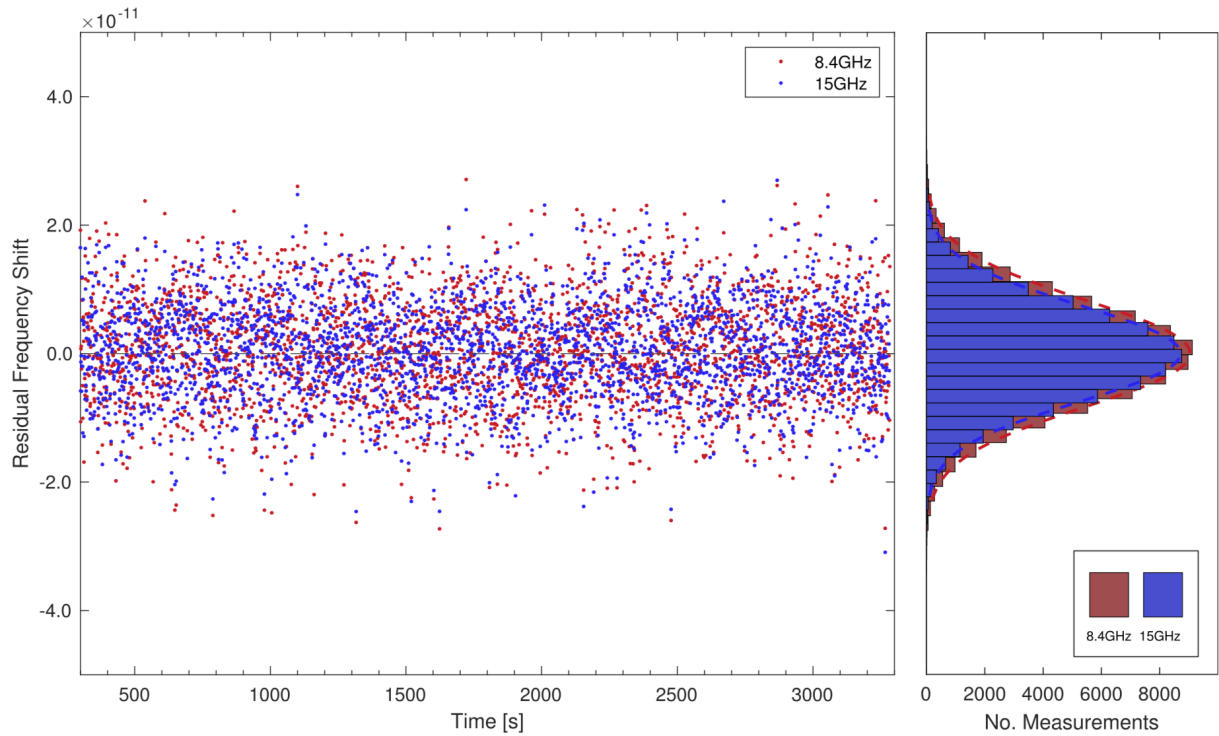


Рис. 3.9: Невязки полиномиальной аппроксимации частотных измерений сигналов 8.4 и 15 ГГц для одного из использованных в обработке сеансов наблюдений в однопутевом режиме «Н-мазер» с НСС Пушино. Справа для обеих частот изображены соответствующие распределения. Пунктирные линии изображают результат аппроксимации этих распределений гауссовыми. Левый график: по горизонтальной оси – время от начала сеанса (с), по вертикальной – невязки относительной частоты. Правый график: по горизонтальной оси – количество измерений частоты, по вертикальной – невязки относительной частоты.

### 3.6.2 Метод обработки

При анализе данных однопутевых частотных измерений нами была использована следующая простейшая модель эффекта гравитационного смещения частоты с нарушением ЭПЭ:

$$z_{\text{obs}} = (1 + \varepsilon)z, \quad (3.18)$$

где  $z_{\text{obs}} \equiv \Delta f_{\text{grav}}/f$  – измеренное (observed) значение относительного гравитационного сдвига частоты,  $\varepsilon$  – параметр нарушения ЭПЭ,  $z \equiv \Delta U/c^2$ ,  $\Delta U$  – разность гравитационных потенциалов между КА и НСС. Определение параметра  $\varepsilon$  является целью эксперимента. В случае справедливости ЭПЭ имеем  $\varepsilon = 0$ . При расчете различных эффектов, приводящих к смещению частоты посылаемого КА сигнала (см. раздел 3.2), используются данные об орбите КА, т.е. значения векторов положения и скорости КА в зависимости от времени. Процедура восстановления орбиты КА основана на использовании данных различных измерений, в т.ч. тех же самых данных доплеровского слежения за КА,

полученных на НСС, которые используются в настоящем анализе для определения значения параметра  $\varepsilon$  [106, 76]. При этом в процедуре расчета орбиты КА предполагается отсутствие нарушения ЭПЭ, т.е. используется значение  $\varepsilon = 0$ . Научной группой по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон было проведено отдельное исследование с целью выяснить, может ли использование полученных таким образом векторов состояния КА привести к смещенным оценкам параметра  $\varepsilon$  [107]. По результатам проведенного анализа было выяснено, что корреляция между параметром  $\varepsilon$  и векторами состояния КА при их оценке на основании одних и тех же данных практически отсутствует. Однако, как и ожидалось, была обнаружена значительная корреляция между параметром  $\varepsilon$  и постоянной отстройкой частоты между бортовым и наземным стандартами:

$$y_0 \equiv \frac{\Delta f_0}{f}. \quad (3.19)$$

Таким образом, необходимо использовать такой подход к обработке данных, который исключил бы из анализа параметр  $y_0$ .

Введем новую величину:

$$z_{\text{obs}}^{\text{b}} = \frac{\Delta f_{\text{obs}}}{f} - \frac{\Delta f_{\text{doppler}}}{f} - \frac{\Delta f_{\text{trop}}}{f}, \quad (3.20)$$

где  $\text{b}$  означает *biased*, т.е. смещенное измеренное значение гравитационного сдвига частоты. С помощью соотношения (3.3) мы можем заключить, что с достаточной для нас точностью данная величина представляет собой сумму относительного гравитационного смещения частоты и отстройки между бортовым и наземным стандартами

$$z_{\text{obs}}^{\text{b}} \approx \frac{\Delta f_{\text{grav}}}{f} + \frac{\Delta f_{\text{clock}}}{f}. \quad (3.21)$$

Действительно, отброшенные нами слагаемые имеют следующие порядки величины: ионосферный сдвиг частоты  $\lesssim 10^{-13}$ , вклады за счет приливных потенциалов Солнца и Луны, соответственно,  $\lesssim 10^{-14}$  и  $\lesssim 10^{-13}$ , эффекты релятивистской кинематики 3-го порядка по скорости КА  $\lesssim 10^{-14}$ . Тропосферный сдвиг частоты был нами рассчитан с использованием средне-сезонных значений метеорологических параметров по формулам, приведенным в [108] и [98]. В предположении линейной модели эволюции относительной отстройки частоты имеем:

$$z_{\text{obs}}^{\text{b}} = (1 + \varepsilon)z + y_0 + y_1 t, \quad (3.22)$$

где  $y_1$  – относительный дрейф частоты бортового стандарта относительно наземного. Отсюда видно, что если перейти от анализа величин  $z_{\text{obs}}^{\text{b}}$  к их разности для соседних сеансов:

$$\Delta z_{\text{obs}}^{\text{b}} = (1 + \varepsilon)\Delta z + y_1 \Delta t, \quad (3.23)$$

то постоянная часть отстройки частоты между бортовым и наземными стандартами выпадает. Именно на этом подходе основан использованный нами способ оценки  $\varepsilon$ .

На Рис. 3.10a и 3.10b изображены результаты расчета величины  $z_{\text{obs}}^b$  для НСС Пушино и Грин Бенк на всем интервале наблюдений. Каждая точка соответствует результату усреднения  $z_{\text{obs}}^b$  по одному сеансу. На Рис. 3.10c и 3.10d представлены те же графики, но для интервала наблюдений длительностью 60 суток, а также изображены теоретические значения эффекта гравитационного смещения частоты для случая  $\varepsilon = 0$ . Из последних двух графиков заметны как модуляция величины  $z_{\text{obs}}^b$ , так и то, что основной вклад в нее дают гравитационное смещение частоты и разность частот между бортовым и наземным стандартами, приблизительно постоянная на интервале 60 суток. На Рис. 3.11 представлен результат вычитания из  $z_{\text{obs}}^b$  предсказанных значений эффекта гравитационного смещения частоты, т.е. оценка эволюции отстройки частоты бортового стандарта относительно наземного.

Проведенный анализ позволил установить, что дрейф частоты бортового водородного стандарта относительно наземных стандартов обеих НСС не превышает  $\sim 4 \times 10^{-14}$  на всем интервале наблюдений. Это же заключение следует из результатов предварительного анализа специализированных калибровочных гравитационных сеансов, изображенных на Рис. 3.3. Это заключение позволило нам реализовать следующую разностную процедуру обработки данных однопутевых частотных измерений.

Все сеансы были разбиты на пары таким образом, чтобы интервал времени между ними не превышал  $\delta t_{\text{max}}$ . Каждая пара сеансов рассматривалась как отдельный эксперимент, в котором параметр нарушения ЭПЭ  $\varepsilon$  определялся путем аппроксимации экспериментальных данных приведенной выше теоретической формулой (3.23) по методу наименьших квадратов. В этой формуле постоянная часть отстройки между бортовым и наземным стандартами,  $y_0$ , уже отсутствует. Однако, если выбрать  $\delta t_{\text{max}}$  достаточно малым, то и слагаемым с дрейфом частоты,  $y_1 \Delta t$ , также можно пренебречь. Для этого мы выбрали  $\delta t_{\text{max}} = 4.5$  сут на основании проведенного выше анализа величины дрейфа, а также точности расчета вклада нерелятивистского эффекта Доплера  $\sim 6 \times 10^{-12}$ . Кроме того, пары сеансов формировались таким образом, чтобы величина разности гравитационных потенциалов между ними была максимальной.

### 3.6.3 Результаты

По результатам данного анализа для обеих НСС и обеих частот были получены 4 набора значений параметра  $\varepsilon$ , изображенные на Рис. 3.12. Основным источником ошибок в полученных значениях параметра  $\varepsilon$ , как указывалось выше, является погрешность расчета вклада нерелятивистского эффекта Доплера, входящая в оценки величин  $z_{\text{obs}}^b$  по формуле (3.20). Если бы эти ошибки были

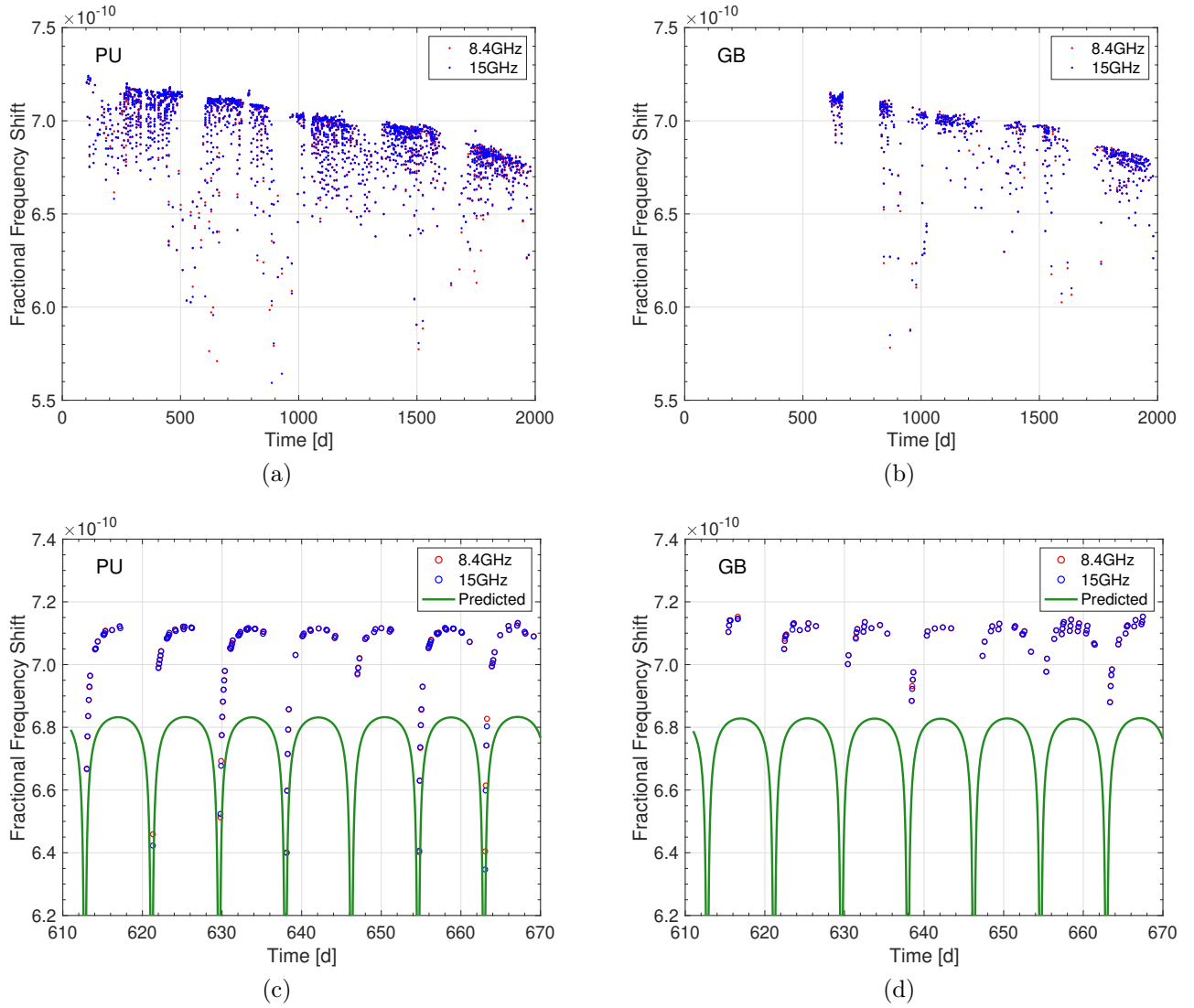


Рис. 3.10: Эволюция величины  $z_{\text{obs}}^b$ , представляющей собой сумму гравитационного смещения частоты однопутевого сигнала, посланного с КА РадиоАстрон, и отстройки частоты бортового водородного стандарта от наземного: (а) – на всем интервале наблюдений для НСС Пушино; (б) – на всем интервале наблюдений для НСС Грин Бенк; (с) – на интервале 60 дней для НСС Пушино; (д) – на интервале 60 дней для НСС Грин Бенк. Участки с малым количеством измерений, как правило, соответствуют летним месяцам, в течение которых возможности по наблюдению астрономических источников были существенно ограничены. По горизонтальной шкале – дни от 1 января 2012 г., по вертикальной – относительное смещение частоты.

некоррелированными, то стандартное отклонение  $\varepsilon$  составляло бы:

$$\sigma_\varepsilon \sim \frac{\sqrt{2}\sigma_{v_r}/c}{\langle \Delta z \rangle}, \quad (3.24)$$

где  $v_r$  – радиальная скорость КА относительно НСС,  $\sigma_{v_r}$  – стандартное отклонение ошибок ее оценки,  $\langle \Delta z \rangle$  – среднее значение разности потенциалов между сеансами пары. Для  $\sigma_{v_r} = 1.85$  мм/с [76] и  $\langle \Delta z \rangle = 2.2 \times 10^{-11}$  получаем  $\sigma_\varepsilon \sim 0.39$ . В действительности же  $\sigma_\varepsilon = 0.07$  для НСС Пушино и  $\sigma_\varepsilon = 0.08$  для НСС Грин Бенк, что свидетельствует о значительной корреляции ошибок оценки  $v_r$  для сеансов каждой пары. Эти ошибки, очевидно, являются коррелированными.



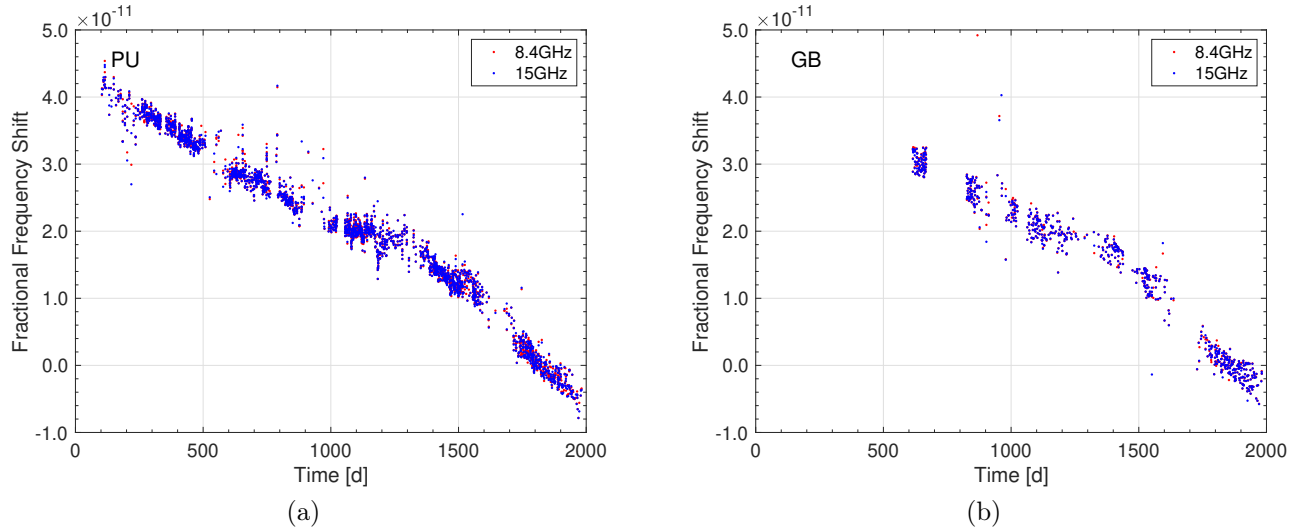


Рис. 3.11: Эволюция разности величин  $z_{\text{obs}}^b$  и предсказанного значения гравитационного смещения частоты, представляющей собой оценку отстройки частоты бортового стандарта относительно наземного: (a) – НСС Пуццино, (b) – НСС Грин Бенк. По горизонтальной шкале – дни от 1 января 2012 г., по вертикальной – относительное смещение частоты.

Таблица 3.1: Оценки параметра нарушения ЭПЭ,  $\varepsilon$ , по данным доплеровского слежения за КА РадиоАстрон в однопутевом режиме

	Пуццино		Грин Бенк	
	8.4 ГГц	15 ГГц	8.4 ГГц	15 ГГц
$\varepsilon$	-0.018	-0.018	-0.006	-0.002
$\sigma_{\text{stat}}$	0.002	0.002	0.005	0.005
$\sigma_{\text{syst}}$	0.025	0.020	0.055	0.060
Число пар	967	965	191	182

лированными не только для сеансов каждой пары, но и для различных пар на нескольких соседних витках орбиты, являющихся частью одного орбитального решения [76]. Поэтому следует ожидать, что значения  $\varepsilon$  в каждом наборе не являются независимыми и их средние значения будут содержать значительные систематические ошибки. Действительно, приведенные в Таблице 3.1 средние значения  $\varepsilon$  (взвешенные с весами, пропорциональными  $\Delta z$ ), для НСС Пуццино для обеих частот отклоняются от согласующегося с ЭПЭ значения  $\varepsilon = 0$  более чем на  $5\sigma_{\text{stat}}$ , где  $\sigma_{\text{stat}}$  – соответствующие стандартные отклонения среднего. Для НСС Грин Бенк отклонение от  $\varepsilon = 0$  меньше: для 8.4 ГГц лишь на  $1\sigma_{\text{stat}}$ , для 15 ГГц  $\varepsilon$  принадлежит интервалу  $\pm 1\sigma_{\text{stat}}$  вокруг нулевого значения. (Приблизительно 6 % пар сеансов, для которых полученные значения  $\varepsilon$  отличались от среднего для каждого набора более чем на  $3\sigma$ , были исключены из анализа.)

Мы оценили величину систематической ошибки оценки  $\varepsilon$ , связанной с погрешностью расчета нерелятивистского эффекта Доплера, двумя способами. Во-первых, по порядку величины данную ошибку можно оценить по одной па-

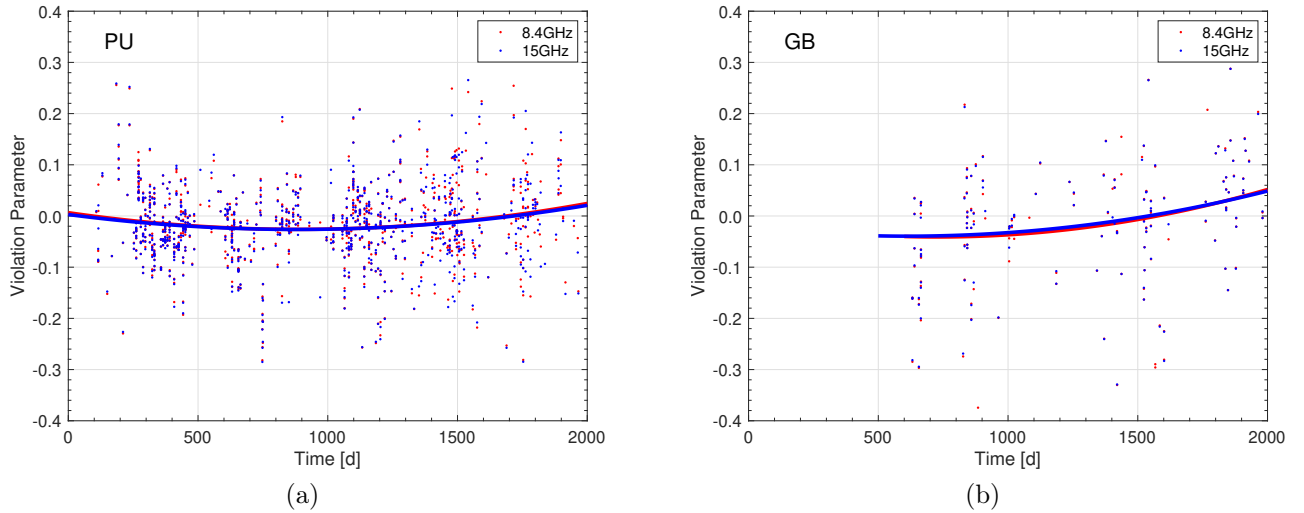


Рис. 3.12: Набор оценок  $\varepsilon$ , полученных на основе (3.23) для каждой пары сеансов, на которые было разбито все множество проведенных однопутевых сеансов доплеровского слежения за КА РадиоАстрон: а) НСС Пуцзино; б) НСС Грин Бенк. По горизонтальной шкале – дни от 1 января 2012 г., по вертикальной – значения параметра  $\varepsilon$ .

ре сеансов с максимальной разностью гравитационных потенциалов с помощью формулы, аналогичной (3.24):

$$\sigma_\varepsilon \sim \frac{\sqrt{2}\sigma_{v_r}/c}{\Delta z}. \quad (3.25)$$

В данном случае использование этой формулы является достаточно обоснованным, т.к. в случае двух сеансов, один из которых проводился вблизи низкого перигея, а другой – вблизи высокого апогея (например, пара сеансов raks04c 19.01.2014 07:10–08:00 UTC и raks01rl 23.01.2014 02:00–03:00 UTC) следует ожидать достаточно слабой корреляции между ошибками оценки радиальной скорости КА относительно НСС для этих двух сеансов. Подставляя сюда  $\Delta z = 3.0 \times 10^{-10}$  для указанной выше пары сеансов, получаем

$$\sigma_{\text{sys}} = 0.029. \quad (3.26)$$

Второй использованный нами способ оценки систематической ошибки  $\varepsilon$  основан на замечании того факта, что полученные наборы значений  $\varepsilon$  обнаруживают существенный тренд на временах  $\sim$  нескольких лет. Предполагая, что данный тренд связан с погрешностью оценки нерелятивистского эффекта Доплера, мы аппроксимировали наборы  $\varepsilon$  полиномом степени 2 и использовали разность максимального и минимального значений, которые данный полином принимает на интервале наблюдений, в качестве оценки систематической ошибки  $\varepsilon$ . Таким образом, мы получили значения  $\sigma_{\text{sys}}$ , указанные в Таблице 3.1. Данная оценка является в значительной степени приближенной, однако, она несколько более консервативна, чем оценка (3.26), поэтому мы приняли ее в качестве оценки систематической ошибки средних значений  $\varepsilon$  для каждого набора. Наша итоговая оценка параметра нарушения ЭПЭ  $\varepsilon$  по данным наблюдений обеих НСС

на двух частотах составляет:

$$\varepsilon = -0.016 \pm 0.003_{\text{stat}} \pm 0.030_{\text{syst}}. \quad (3.27)$$

### 3.6.4 Обсуждение

Полученное значение параметра нарушения ЭПЭ  $\varepsilon$  согласуется с нулевым в пределах ошибок измерения, что подтверждает справедливость ЭПЭ. Точность измерения составила  $3 \times 10^{-2}$ , т.е. на 2–3 порядка ниже, чем результаты аналогичных экспериментов Gravity Probe A и GREAT ( $1.4 \times 10^{-4}$  [58] и  $3 \times 10^{-5}$  [5, 6], соответственно). Тем не менее, данный результат представляет интерес, т.к. проверка ЭПЭ путем измерения эффекта гравитационного замедления времени впервые осуществлена в столь большой области пространства, охватывающей расстояния от 7 до 350 тыс. км от центра Земли. (Эксперименты Gravity Probe A и GREAT проведены, соответственно, в диапазоне расстояний 12.5–16.5 тыс. км [58] и 23.5–32.3 тыс. км [96] от центра Земли.) Возможная зависимость нарушающего ЭПЭ вклада в величину эффекта гравитационного замедления времени от координат рассматривается в теории и может быть связана, например, со сгустками частиц темной материи вблизи массивных тел Солнечной системы [2, 109].

Представленные здесь результаты основаны на обработке однопутевых частотных измерений сигнала с КА РадиоАстрон, собранных во время проведения сеансов радиоастрономических наблюдений. Данные этого типа не допускают компенсацию релятивистского эффекта Доплера (раздел 3.4), недостаточная точность расчета которого по данным орбиты КА дает основной вклад в ошибку параметра  $\varepsilon$ . Обработка данных специализированных гравитационных сеансов с КА РадиоАстрон, выполненных по схеме с компенсацией нерелятивистского эффекта Доплера на основе схемы с переключением одно- и двухпутевого режимов, позволяет рассчитывать на улучшение представленных здесь результатов на 2–3 порядка [A2].

## 3.7 Выводы

В данной главе представлена разработанная с участием автора методология эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон, а также результаты обработки части собранных экспериментальных данных (однопутевых доплеровских измерений). Получены следующие основные результаты:

1. Разработана концепция эксперимента по проверке ЭПЭ с помощью КА РадиоАстрон на основе измерения эффекта гравитационного смещения частоты посылаемых с КА сигналов. Показано, что основную сложность в эксперименте представляет выделение малого гравитационного смещения частоты посылаемого с КА сигнала ( $\Delta f/f \sim 10^{-10}$ ) на фоне нерелятивистского эффекта Доплера ( $\Delta f/f \sim 10^{-5}$ ). Предложены варианты

решения проблемы нерелятивистского эффекта Доплера: 1) расчет с помощью данных об орбите КА; 2) компенсация, основанная на смешанном режиме синхронизации радиолиний КА – НСС «Частичный когерент», либо переключении одно- и двухпутевого режимов синхронизации.

2. Разработана схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера в экспериментах по доплеровскому слежению за космическими аппаратами, основанная на смешанном режиме синхронизации радиолинии КА – НСС (частота несущего сигнала – от наземного стандарта частоты, модулирующего – от бортового). Показано, что данная схема, как и схема Gravity Probe A, позволяет также в значительной степени скомпенсировать тропосферное смещение частоты, но не приводит, в отличие от Gravity Probe A, к компенсации ионосферного смещения частоты. Для учета последнего необходимо использование двухчастотных линий связи с КА или рассчитывать данный эффект с помощью карт ионосферной плотности электронов.
3. Обработаны данные однопутевых доплеровских измерений частоты сигналов с КА РадиоАстрон, полученных в ходе проведения радиоастрономических сеансов. Получена оценка связанного с эффектом гравитационного замедления времени параметра нарушения ЭПЭ, которая составила  $\varepsilon = -0.016 \pm 0.003_{\text{stat}} \pm 0.030_{\text{syst}}$ . Данное значение подтверждает справедливость ЭПЭ. Полученная точность измерения на 2–3 порядка ниже наилучших на сегодняшний день результатов Gravity Probe A и GREAT. Данный результат, однако, представляет интерес, т.к. справедливость ЭПЭ впервые подтверждена на столь большом диапазоне расстояний от Земли (7–350 тыс. км от ее центра).

# Заключение

В диссертационной работе представлены разработанные с участием автора теоретические модели эффектов и алгоритмы, необходимые для подготовки, реализации и обработки данных экспериментов по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности (ЭПЭ) с помощью космических аппаратов (КА), оборудованных высокостабильными стандартами частоты и времени, а также иных высокоточных экспериментов по доплеровскому слежению за космическими аппаратами. В работе также представлены результаты обработки части экспериментальных данных, полученных с помощью КА РадиоАстрон в рамках эксперимента по проверке ЭПЭ. Получены следующие результаты:

1. Разработана математическая модель космических экспериментов по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности, основанных на измерении эффекта гравитационного замедления времени с помощью высокостабильных часов, учитывающая гравитационное воздействие тел Солнечной системы, окрашенный характер шума часов и возможную зависимость нарушающего принцип эквивалентности вклада в гравитационное замедление времени от типа часов и источника гравитационного поля. С помощью данной модели произведена оценка предельной точности эксперимента по проверке эйнштейновского принципа эквивалентности с помощью космического аппарата РадиоАстрон, которая составила  $5 \times 10^{-6}$  при накоплении данных в течение 1 года.
2. Разработана концепция эксперимента по измерению эффекта гравитационного замедления времени и проверки эйнштейновского принципа эквивалентности с помощью двух околоземных спутников, оснащенных высокостабильными часами. Определена оптимальная конфигурация орбит спутников и показано, что точность эксперимента может достичь  $3 \times 10^{-10}$  с использованием существующих атомных часов при накоплении данных в течение 3 лет. Это на 5 порядков лучше достигнутого на настоящий момент результата.
3. Разработана математическая модель эффекта движения фазового центра бортовых и наземных остронаправленных антенн, учитывающая ошибки наведения. Показано, что в гравитационном эксперименте с РадиоАстроном эти ошибки могут на порядок превышать допустимые. Разработана

схема компенсации данного эффекта, которая позволяет на 4–5 порядков уменьшить его вклад в сдвиг частоты сигналов.

4. Разработана схема компенсации нерелятивистского эффекта Доплера и тропосферы в экспериментах по доплеровскому слежению за КА, основанная на смешанном режиме синхронизации радиолинии КА – наземная станция (несущий сигнал – от наземного стандарта частоты, модулирующий – от бортового). Схема реализована на практике в гравитационных сеансах по доплеровскому слежению за КА РадиоАстрон.
5. Осуществлена проверка эйнштейновского принципа эквивалентности путем измерения эффекта гравитационного замедления времени с помощью космического аппарата РадиоАстрон с точностью  $3 \times 10^{-2}$ . Данная точность впервые достигнута на расстояниях, охватывающих диапазон от 10 до 350 тыс. км от Земли.

### **Перспективы дальнейших исследований**

Полученные в диссертации результаты открывают возможности для дальнейших исследований. В частности, представленный в главе 1 математический аппарат может быть применен к задаче поиска оптимальной конфигурации наземно-космических экспериментов по проверке ЭПЭ. Полученные оценки точности измерения эффекта гравитационного замедления времени на уровне  $\sim 10^{-10}$ , достижимой с помощью современных стандартов частоты, позволяют рассчитывать на то, что в рамках подобных экспериментов окажется возможным измерение эффектов второго порядка по гравитационному полю, в частности, пост-ньютоновских параметров. Эксперименты с оборудованными современными атомными часами КА на околосолнечных орбитах позволяют рассчитывать на еще большее увеличение точности проверки ЭПЭ, в т.ч., как показывают наши предварительные оценки, достаточной для измерения возможного нарушения ЭПЭ за счет гало темной материи Галактики. Представленные в главе 3 алгоритмы являются основой для обработки данных основных наблюдательных сеансов, проведенных с КА РадиоАстрон в рамках эксперимента по проверке ЭПЭ. Все эти вопросы являются целями дальнейших исследований автора данной диссертационной работы.

### **Благодарности**

Автор выражает глубокую благодарность научным руководителям Сергею Владимировичу Пилипенко и Валентину Николаевичу Руденко за общее руководство проектом, критические замечания и возможность проведения научной работы, Юрию Юрьевичу Ковалеву за ценные указания во время выполнения научной работы, Михаилу Васильевичу Попову за ценные научные дискуссии и поддержку, Леониду Ильичу Гурвицу за ценные критические замечания, комфортную рабочую обстановку в группе и пример профессионального подхода к

научной работе, Александру Владимировичу Бирюкову за многочисленные полезные дискуссии и поддержку, Владимиру Леонидовичу Кауцу за постоянную помощь и советы при работе над проектом, соавторам опубликованных статей, всему коллективу Астрокосмического центра, своим родителям, близким и друзьям за терпение и поддержку.

# Список литературы

- [1] Vessot R. F. C., Levine M. W. A test of the equivalence principle using a space-borne clock // *General Relativity and Gravitation*. 1979. Vol. 10. P. 181–204.
- [2] Altschul B., Bailey Q. G., Blanchet L. et al. Quantum tests of the Einstein Equivalence Principle with the STE-QUEST space mission // *Advances in Space Research*. 2015. Vol. 55. P. 501–524.
- [3] Pound R. V., Rebka G. A. Apparent Weight of Photons // *Physical Review Letters*. 1960. Vol. 4, no. 7. P. 337–341.
- [4] Vessot R. F. C., Levine M. W., Mattison E. M. et al. Test of Relativistic Gravitation with a Space-Borne Hydrogen Maser // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 2081–2084.
- [5] Delva P., Puchades N., Schönemann E. et al. Gravitational Redshift Test Using Eccentric Galileo Satellites // *Phys. Rev. Lett.* 2018. Vol. 121. P. 231101.
- [6] Herrmann S., Finke F., Lülff M. et al. Test of the Gravitational Redshift with Galileo Satellites in an Eccentric Orbit // *Phys. Rev. Lett.* 2018. Vol. 121. P. 231102.
- [7] Heß M. P., Stringhetti L., Hummelsberger B. et al. The ACES mission: System development and test status // *Acta Astronautica*. 2011. Vol. 69. P. 929–938.
- [8] Jetzer P. General relativity tests with space clocks in highly elliptic orbits // *International Journal of Modern Physics D*. 2017. Vol. 26, no. 05. P. 1741014.
- [9] Pollet A., Coulot D., Biancale R. et al. E-GRASP/Eratosthenes: GRGS numerical simulations and millimetric TRF realization // *AGU Fall Meeting Abstracts*. 2017.
- [10] Guéna J., Abgrall M., Rovera D. et al. Improved tests of local position invariance using Rb 87 and Cs 133 fountains // *Physical Review Letters*. 2012. Vol. 109, no. 8. P. 080801.
- [11] Кардашев Н. С., Хартов В. В., Абрамов В. В. и др. «РадиоАстрон» - телескоп размером 300000 км: основные параметры и первые результаты наблюдений // *Астрономический журнал*. М., 2013. Т. 90, № 3. С. 179–222.



- [12] Will C. M. *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press; Revised edition, 1993. 400 p.
- [13] Will C. M. *The Confrontation between General Relativity and Experiment // Living Reviews in Relativity*. 2014. Vol. 17.
- [14] Chatrchyan S., Khachatryan V., Sirunyan A. M. et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC // *Physics Letters B*. 2012. Vol. 716, no. 1. P. 30–61.
- [15] Aad G., Abajyan T., Abbott B. et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC // *Physics Letters B*. 2012. Vol. 716, no. 1. P. 1–29.
- [16] Planck Collaboration, Ade P. A. R., Aghanim N. et al. Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood // *Astron. Astrophys.* 2014. Vol. 571. P. A15.
- [17] Adelberger E. G., Heckel B. R., Nelson A. E. Tests of the Gravitational Inverse-Square Law // *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. 2003. Vol. 53. P. 77–121.
- [18] Ashtekar A., Lewandowski J. Background independent quantum gravity: a status report // *Classical and Quantum Gravity*. 2004. Vol. 21, no. 15. P. R53–R152.
- [19] Nordtvedt K. Quantitative relationship between clock gravitational "red-shift" violations and nonuniversality of free-fall rates in nonmetric theories of gravity // *Phys. Rev. D*. 1975. Vol. 11. P. 245–247.
- [20] Dicke R. H. *The Theoretical Significance of Experimental Relativity*. Gordon and Breach, New York, 1964.
- [21] Thorne K. S., Lee D. L., Lightman A. P. Foundations for a Theory of Gravitation Theories // *Phys. Rev. D*. 1973. Vol. 7. P. 3563–3578.
- [22] Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae // *The Astrophysical Journal*. 1999. Vol. 517, no. 2. P. 565–586.
- [23] Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // *The Astronomical Journal*. 1998. Vol. 116, no. 3. P. 1009–1038.
- [24] Garnavich P. M., Jha S., Challis P. et al. Supernova Limits on the Cosmic Equation of State // *Astrophys. J.* 1998. Vol. 509, no. 1. P. 74–79.

- [25] Knop R. A., Aldering G., Amanullah R. et al. New Constraints on  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ , and  $w$  from an Independent Set of 11 High-Redshift Supernovae Observed with the Hubble Space Telescope // *Astrophys. J.* 2003. Vol. 598, no. 1. P. 102–137.
- [26] Faber S. M., Gallagher J. S. Masses and mass-to-light ratios of galaxies. // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 1979. Vol. 17. P. 135–187.
- [27] Eisenstein D. J., Hu W. Baryonic Features in the Matter Transfer Function // *Astrophys. J.* 1998. Vol. 496, no. 2. P. 605–614.
- [28] Eisenstein D. J., Zehavi I., Hogg D. W. et al. Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies // *Astrophys. J.* 2005. Vol. 633, no. 2. P. 560–574.
- [29] Clowe D., Bradač M., Gonzalez A. H. et al. A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter // *Astrophys. J. L.* 2006. Vol. 648, no. 2. P. L109–L113.
- [30] Zhang P., Liguori M., Bean R. et al. Probing Gravity at Cosmological Scales by Measurements which Test the Relationship between Gravitational Lensing and Matter Overdensity // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99, no. 14. P. 141302.
- [31] Wetterich C. Cosmology and the fate of dilatation symmetry // *Nuclear Physics B.* 1988. Vol. 302, no. 4. P. 668–696.
- [32] Ratra B., Peebles P. J. E. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field // *Phys. Rev. D.* 1988. Vol. 37. P. 3406–3427.
- [33] Carroll S. M. Quintessence and the Rest of the World: Suppressing Long-Range Interactions // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 81. P. 3067–3070.
- [34] Khoury J., Weltman A. Chameleon Fields: Awaiting Surprises for Tests of Gravity in Space // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93. P. 171104.
- [35] Khoury J., Weltman A. Chameleon cosmology // *Phys. Rev. D.* 2004. Vol. 69. P. 044026.
- [36] Brax P., van de Bruck C., Davis A.-C. et al. Detecting dark energy in orbit: The cosmological chameleon // *Phys. Rev. D.* 2004. Vol. 70. P. 123518.
- [37] Bilić N., Tupper G. B., Viollier R. D. Unification of dark matter and dark energy: the inhomogeneous Chaplygin gas // *Physics Letters B.* 2002. Vol. 535, no. 1-4. P. 17–21.
- [38] Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A. Generalized Chaplygin gas, accelerated expansion, and dark-energy-matter unification // *Phys. Rev. D.* 2002. Vol. 66. P. 043507.

- [39] Capozziello S., de Laurentis M. Extended Theories of Gravity // *Phys. Rep.* 2011. Vol. 509, no. 4. P. 167–321.
- [40] Nojiri S., Odintsov S. D. Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics.* 2007. Vol. 4, no. 01. P. 115–145.
- [41] Damour T. Theoretical aspects of the equivalence principle // *Classical and Quantum Gravity.* 2012. Vol. 29, no. 18. P. 184001.
- [42] Taylor T. R., Veneziano G. Dilaton couplings at large distances // *Physics Letters B.* 1988. Vol. 213, no. 4. P. 450–454.
- [43] Damour T., Polyakov A. M. The string dilation and a least coupling principle // *Nuclear Physics B.* 1994. Vol. 423, no. 2-3. P. 532–558.
- [44] Haugan M. P. Energy conservation and the principle of equivalence // *Annals of Physics.* 1979. Vol. 118, no. 1. P. 156–186.
- [45] Wolf P., Blanchet L., Bordé C. J. et al. Does an atom interferometer test the gravitational redshift at the Compton frequency? // *Classical and Quantum Gravity.* 2011. Vol. 28, no. 14. P. 145017.
- [46] Schlamminger S., Choi K.-Y., Wagner T. A. et al. Test of the Equivalence Principle Using a Rotating Torsion Balance // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. P. 041101.
- [47] Touboul P., Métris G., Rodrigues M. et al. Space test of the equivalence principle: first results of the MICROSCOPE mission // *Classical and Quantum Gravity.* 2019. Vol. 36, no. 22. P. 225006.
- [48] Брагинский В. Б., Панов В. И. Проверка принципа эквивалентности инертной и гравитационной масс // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* 1971. Т. 61. С. 873–880.
- [49] Hughes V. W., Robinson H. G., Beltran-Lopez V. Upper Limit for the Anisotropy of Inertial Mass from Nuclear Resonance Experiments // *Phys. Rev. Lett.* 1960. Vol. 4. P. 342–344.
- [50] Drever R. W. P. A search for anisotropy of inertial mass using a free precession technique // *The Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics.* 1961. Vol. 6, no. 65. P. 683–687.
- [51] Müller H., Stanwix P. L., Tobar M. E. et al. Tests of Relativity by Complementary Rotating Michelson-Morley Experiments // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99. P. 050401.

- [52] Wilczynska M. R., Webb J. K., Bainbridge M. et al. Four direct measurements of the fine-structure constant 13 billion years ago // *Science Advances*. 2020. Vol. 6, no. 17. P. eaay9672.
- [53] Wolf P., Blanchet L. Analysis of Sun/Moon gravitational redshift tests with the STE-QUEST space mission // *Classical and Quantum Gravity*. 2016. Vol. 33, no. 3. P. 035012.
- [54] Adams W. S. The relativity displacement of the spectral lines in the companion of Sirius // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 1925. Vol. 11, no. 7. P. 382.
- [55] B. Holberg J. Sirius B and the Measurement of the Gravitational Redshift // *Journal for The History of Astronomy*. 2010. Vol. 41. P. 41–64.
- [56] Lopresto J. C., Schrader C., Pierce A. K. Solar gravitational redshift from the infrared oxygen triplet // *The Astrophysical Journal*. 1991. Vol. 376. P. 757–760.
- [57] Pound R. V., Snider J. L. Effect of Gravity on Gamma Radiation // *Physical Review Letters*. 1965. Vol. 140. P. 788.
- [58] Vessot R. F. C., Levine M. W. Gravitational redshift space-probe experiment // *Smithsonian Astrophysical Observatory Report #NAS8-27969*. 1979.
- [59] Peil S., Crane S., Hanssen J. L. et al. Tests of local position invariance using continuously running atomic clocks // *Physical Review A*. 2013. Vol. 87, no. 1. P. 010102.
- [60] Salomon C., Dimarcq N., Abgrall M. et al. Cold atoms in space and atomic clocks: ACES // *C. R. Acad. Sci. Paris, T.2, Serie IV*. 2001. P. 1313–1330.
- [61] Savalle E., Guerlin C., Delva P. et al. Gravitational redshift test with the future ACES mission // *Classical and Quantum Gravity*. 2019. Vol. 36, no. 24. P. 245004.
- [62] Angélil R., Saha P., Bondarescu R. et al. Spacecraft clocks and relativity: Prospects for future satellite missions // *Phys. Rev. D*. 2014. Vol. 89. P. 064067.
- [63] Takamoto M., Ushijima I., Ohmae N. et al. Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks // *Nature Photonics*. 2020. Vol. 14, no. 7. P. 411–415.
- [64] Bothwell T., Kedar D., Oelker E. et al. JILA SrI optical lattice clock with uncertainty of  $2.0E-18$  // *Metrologia*. 2019. Vol. 56, no. 6. P. 065004.

- [65] van Trees H. L., Bell K. L., Tian Z. Detection, Estimation, and Modulation Theory. Part 1 - Detection, Estimation, and Filtering Theory. 2nd edition. Wiley, New York, USA, 2013.
- [66] Williams S. The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series // Journal of Geodesy. 2003. Vol. 76. P. 483–494.
- [67] Kasdin N. J. Discrete simulation of colored noise and stochastic processes and  $1/f^\alpha$  power law noise generation // Proceedings of the IEEE. 1995. Vol. 83, no. 5. P. 802–827.
- [68] Smarr L. L., Vessot R. F. C., Lundquist C. A. et al. Gravitational waves and red shifts: A space experiment for testing relativistic gravity using multiple time-correlated radio signals // General Relativity and Gravitation. 1983. Vol. 15, no. 2. P. 129–163.
- [69] Tinto M. Spacecraft Doppler tracking as a xylophone detector of gravitational radiation // Phys. Rev. D. 1996. Vol. 53, no. 10. P. 5354–5364.
- [70] Montenbruck O., Hauschild A., Andres Y. et al. (Near-)Real-Time Orbit Determination for GNSS Radio Occultation Processing // GPS Solut. Berlin, Heidelberg, 2013. Vol. 17, no. 2. P. 199–209.
- [71] Montenbruck O., Hackel S., Ijssel J. et al. Reduced Dynamic and Kinematic Precise Orbit Determination for the Swarm Mission from 4 Years of GPS Tracking // GPS Solut. Berlin, Heidelberg, 2018. Vol. 22, no. 3. P. 1–11.
- [72] Baan W., Alakoz A., An T. et al. H2O MegaMasers: RadioAstron success story // Proceedings of the International Astronomical Union. 2017. Vol. 13, no. S336. P. 422–425.
- [73] Johnson M. D., Kovalev Y. Y., Gwinn C. R. et al. Extreme Brightness Temperatures and Refractive Substructure in 3C273 with RadioAstron // Astrophys. J. Letters. 2016. Vol. 820, no. 1. P. L10.
- [74] Giovannini G., Savolainen T., Orienti M. et al. A wide and collimated radio jet in 3C84 on the scale of a few hundred gravitational radii // Nature Astronomy. 2018. Vol. 2. P. 472–477.
- [75] Kravchenko E. V., Gómez J. L., Kovalev Y. Y. et al. Probing the Innermost Regions of AGN Jets and Their Magnetic Fields with RadioAstron. III. Blazar S5 0716+71 at Microarcsecond Resolution // Astrophysical Journal. 2020. Vol. 893, no. 1. P. 68.
- [76] Zakhvatkin M. V., Andrianov A. S., Avdeev V. Y. et al. RadioAstron orbit determination and evaluation of its results using correlation of space-VLBI observations // Advances in Space Research. 2020. Vol. 65, no. 2. P. 798–812.

- [77] Langston G. NRAO 43m Antenna Coordinates and Angular Limits: Tech. Rep.: EDIR Memo #324. Charlottesville, Virginia: National Radio Astronomy Observatory, 2012.
- [78] Wade C. M. Precise Positions of Radio Sources. I. Radio Measurements // *Astrophysical Journal*. 1970. Vol. 162. P. 381 – 390.
- [79] Moyer T. D. Mathematical formulation of the Double-Precision Orbit Determination Program (DPODP): Tech. Rep.: 32-1527. Pasadena, California: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 1971.
- [80] Moyer T. D. Formulation for observed and computed values of Deep Space Network data types for navigation. Wiley-Interscience, 2005. Vol. 3 of Deep space communications and navigation.
- [81] Duev, D. A., Molera Calvés, G., Pogrebenko, S. V. et al. Spacecraft VLBI and Doppler tracking: algorithms and implementation // *A&A*. 2012. Vol. 541. P. A43.
- [82] Gurvits L. I. Space VLBI: from first ideas to operational missions // *Advances in Space Research*. 2020. Vol. 65, no. 2. P. 868–876.
- [83] Ford H. A., Anderson R., Belousov K. et al. The RadioAstron Green Bank Earth Station // *Ground-based and Airborne Telescopes V* / Ed. by L. M. Stepp, R. Gilmozzi, H. J. Hall. Vol. 9145 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. 2014. P. 91450B.
- [84] Hong X., Shen Z., An T. et al. The Chinese space Millimeter-wavelength VLBI array-A step toward imaging the most compact astronomical objects // *Acta Astronautica*. 2014. Vol. 102. P. 217–225.
- [85] Active on-board hydrogen maser for Radioastron space mission VCH-1010. <https://www.vremya-ch.com/english/product/index6e49.html?Razdel=8&Id=39>.
- [86] Bothwell T., Kedar D., Oelker E. et al. JILA SrI optical lattice clock with uncertainty of  $2.0 \times 10^{-18}$  // *Metrologia*. 2019. Vol. 56, no. 6. P. 065004.
- [87] *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems* / Ed. by P. J. G. Teunissen, O. Montenbruck. Springer International Publishing, 2017.
- [88] Sovers O. J., Fanselow J. L., Jacobs C. S. Astrometry and geodesy with radio interferometry: experiments, models, results // *Reviews of Modern Physics*. 1998. Vol. 70. P. 1393–1454.

- [89] Sovers O. J., Fanselow J. L. Observation model and parameter partials for the JPL VLBI parameter estimation software MASTERFIT-1987: Tech. Rep.: 88-18523, JPL Publication 83-39 rev. 3. Pasadena, California: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 1987. URL: <http://ads.nao.ac.jp/abs/1987STIN...8818523S>.
- [90] SKED antenna catalog. [https://ivscc.gsfc.nasa.gov/IVS\\_AC/sked\\_cat/antenna.cat](https://ivscc.gsfc.nasa.gov/IVS_AC/sked_cat/antenna.cat).
- [91] Petrov L. VLBI global solution asg2009d. <http://astrogeo.org/vlbi/solutions/2009d/>. 2009.
- [92] Mezger P. G., Brown H., Pauliny-Toth I. et al. Radio Tests of the NRAO 140-foot Telescope in the Wavelength Range Between 11 and 0.95 cm: Tech. Rep.: NRAO Internal Report. Charlottesville, Virginia: National Radio Astronomy Observatory, 1966.
- [93] Hirabayashi H., Hirosawa H., Kobayashi H. et al. Overview and Initial Results of the Very Long Baseline Interferometry Space Observatory Programme // Science. 1998. Vol. 281. P. 1825.
- [94] Winternitz L. B., Bamford W. A., Price S. R. et al. Global Positioning System Navigation Above 76,000B KM for NASA's Magnetospheric Multiscale Mission // NAVIGATION. 2017. Vol. 64, no. 2. P. 289–300.
- [95] Audoin C., Vanier J. The quantum physics of atomic frequency standards. IOP Publishing, 1989.
- [96] Delva P., Hees A., Bertone S. et al. Test of the gravitational redshift with stable clocks in eccentric orbits: application to Galileo satellites 5 and 6 // Classical and Quantum Gravity. 2015. Vol. 32, no. 23. P. 232003.
- [97] Badessa R., Kent R., Nowell J. et al. A Doppler-cancellation technique for determining the altitude dependence of gravitational red shift in an earth satellite // Proceedings of the IRE. 1960. Vol. 48, no. 4. P. 758–764.
- [98] Thompson A. R., Moran J. M., Swenson Jr. G. W. Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy, 3rd Edition. 2017.
- [99] Pavlis N. K., Holmes S. A., Kenyon S. C. et al. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2012. Vol. 117, no. B4. P. B04406.
- [100] Заславский Г. С., Тучин А. Г., Захваткин М. В. и др. Баллистико-навигационное обеспечение управления полетом КА и выполнения научной программы проекта «Радиоастрон». Пять лет полета // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. 2016. № 3. С. 25–37.

- [101] Hernandez-Pajares M., Juan J. M., Sanz J. et al. The IGS VTEC maps: a reliable source of ionospheric information since 1998 // *Journal of Geodesy*. 2009. Vol. 83, no. 3. P. 263–275.
- [102] Blanchet L., Salomon C., Teyssandier P. et al. Relativistic theory for time and frequency transfer to order  $c^{-3}$  // *A&A*. 2001. Vol. 370, no. 1. P. 320–329.
- [103] Folkner W. M., Williams J. G., Boggs D. H. et al. The planetary and lunar ephemerides DE430 and DE431 // *Interplanetary Network Progress Report*. 2014. Vol. 196, no. 1.
- [104] Thébaud E., Finlay C. C., Beggan C. D. et al. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation // *Earth, Planets and Space*. 2015. Vol. 67, no. 1. P. 79.
- [105] «Комкон» ООО. Инженерная записка. Разработка и изготовление аппаратуры приемо-передающей системы 7.2/8.4 ГГц и системы приема научных и служебных данных 15ГГц, наземной станции слежения. 2006.
- [106] Захваткин М. В., Пономарев Ю. Н., Степаньянц В. А. и др. Навигационное обеспечение научной миссии «РадиоАстрон» // *Космические исследования*. 2014. Т. 52, № 5. С. 376–376.
- [107] Granato G. Simulation of RadioAstron Gravitational Redshift Experiment Accuracy: Master's thesis: Delft University of Technology. 2019.
- [108] Collins J. P. Assessment and development of a tropospheric delay model for aircraft users of the global positioning system: Tech. Rep.: : University of New Brunswick, 1999.
- [109] Tsai Y.-D., Eby J., Safronova M. S. SpaceQ–Direct Detection of Ultralight Dark Matter with Space Quantum Sensors // *arXiv preprint arXiv:2112.07674*. 2021.